LUIGI MENABREA E IL PRIMO PROGRAMMA PER CALCOLATORE
(Mauro Murzi)

C'era una volta un re. Si chiamava Vittorio Emanuele II ed era re d'Italia. Aveva il diritto di nominare il primo ministro. «Il Re nomina e revoca i suoi Ministri» recitava l'articolo 65 dello Statuto Albertino, la costituzione del Regno d'Italia. Nell'esercitare questa prerogativa, gli capitò di nominare primo ministro un tecnico. Si chiamava Luigi Federico Menabrea. Proveniva dal genio militare e aveva una formazione scientifica. Fu presidente del consiglio dei ministri dal 27 ottobre 1867 al 14 dicembre 1869.[1] Guidò tre governi consecutivi, il primo di soli settanta giorni.

Menabrea divenne primo ministro in un momento di gravi tensioni internazionali, economiche e sociali. Durante il primo governo Menabrea, Garibaldi tentò di liberare Roma. Sconfitto a Mentana dalle truppe francesi, fu arrestato e detenuto per circa venti giorni. Fu poi liberato e ricondotto a Caprera.

L'elevato debito dello stato, causato dalle ingenti spese militari per la preparazione e la conduzione della seconda guerra d'indipendenza e per la partecipazione alla guerra austro-prussiana, era coperto tramite l'emissione di titoli di stato, per la maggior parte in mano a finanziatori esteri. La scarsa fiducia internazionale nella stabilità dell'Italia, impegnata continuamente in guerra – tra il 1859 e il 1870 ci furono tre guerre, due contro l'Austria e una contro il Regno delle Due Sicilie e lo Stato pontificio, e alcuni episodi circoscritti, come i tentativi falliti di liberare Roma da parte di Garibaldi e la "breccia di Porta Pia" –, contribuiva a mantenere alto l'interesse che lo stato pagava. Per questo la politica di Menabrea fu di estremo rigore fiscale. Il provvedimento più noto dei suoi governi è la tassa sul macinato, ribattezzata in senso spregiativo "tassa sulla fame", che gravava sulla macinazione del grano e dei cereali, i cui effetti negativi sono ben descritti da Baccelli nel romanzo *Il mulino del Po*.

Nato il 4 settembre 1809 a Chambéry, in Savoia, Menabrea studiò ingegneria e matematica all'università di Torino. Entrò nell'esercito del Regno di Sardegna, come ufficiale del genio militare. Insegnò meccanica e scienza delle costruzioni all'università e all'accademia militare di Torino. Nel 1848 partecipò alla prima guerra d'indipendenza militando nel genio. Nel 1859, durante la seconda guerra d'indipendenza, comandava il genio. Nominato senatore nel 1860, fu ministro della marina e dei lavori pubblici (1861-64); plenipotenziario per la firma del trattato di pace con l'Austria che portò all'annessione di Venezia (1866); primo ministro (1867-69); ambasciatore a Londra (1876-82) e a Parigi (1882-92). Morì a Chambéry il 25 maggio 1896.

Menabrea diede importanti contributi alle scienze, sia prima sia dopo la nomina a primo ministro. Si ricordano in particolare gli studi sul principio del lavoro minimo. Nel 1857 presentò un proprio scritto alla Reale Accademia delle scienze di Torino, dedicato alla determinazione della pressione e della tensione in un sistema elastico, pubblicato l'anno seguente.[2] Come riferisce Menabrea in una comunicazione del 1870 alla Reale Accademia, la memoria del 1857 «aveva per oggetto di dimostrare che: *quando un sistema elastico si mette in equilibrio sotto l'azione di forze* **esteriori** *il lavoro totale sviluppato nella estensione e nella compressione de' legami per effetto degli spostamenti relativi de' punti del sistema, ossia, in altri termini, il lavoro sviluppato dalle forze* **interne** *è un* **minimo**.»[3] Il lavoro di Menabrea era stato in genere accolto favorevolmente, ma in Italia era stato criticato come inesatto da Emilio Sabbia.[4] La dimostrazione di Menabrea era in realtà incompleta e non indicava i limiti di validità. Nel 1870 Menabrea pubblicò una nuova dimostrazione del principio del lavoro minimo, accompagnata dagli estratti di due lettere, sul medesimo argomento, degli accademici francesi Joseph Louis François Bertrand e Antoine-Joseph Yvon Villarceau.[5] La lettera di Bertrand conteneva una diversa formulazione del principio di Menabrea («*la somma dei quadrati delle tensioni, divise rispettivamente per il coefficiente di elasticità del legame è un minimo*») e una

[1] *Portale Storico della Camera dei deputati*, <http://storia.camera.it/governi/iii-governo-menabrea>.

[2] L. F. Menabrea, *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastique* in *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, Parigi, vol. 46 (1858), pp. 1056-60.

[3] L. F. Menabrea, *Sul principio di elasticità* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp. 686-9.

[4] E. Sabbia, *Errore del principio di elasticità formolato dal sig. Menabrea – Cenno Critico*, Tipografia Baglione, Torino, 1869; *Nuove delucidazioni sul principio di elasticità – Risposta ad un opuscolo contenente delucidazione di Luigi Federico Menabrea sullo stesso principio*, Tipografia Baglione, Torino, 1870.

[5] L. F. Menabrea, *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques – Nuovo principio sulla distribuzione della tensione del sistema elastico* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp. 706-10; *Extrait de la lettre de M. Bertrand datée de Paris 16 janvier 1869* in *Atti*, cit., 702-3; *Extrait de la lettre de M. Yvon Villarceau datée de Paris 9 février 1869* in *Atti*, cit., 704-5.

dimostrazione, basata sui momenti virtuali esercitati dalle forze, più breve e diretta di quella di Menabrea. La formulazione del principio del lavoro minimo di Menabrea e Bertrand fu generalizzata dall'ingegnere e matematico Carlo Alberto Castigliano, nella propria tesi di laurea pubblicata nel 1873.[6] Menabrea pubblicò nel 1875 una nuova dimostrazione che usava il metodo di Castigliano senza indicarne la paternità.[7] La dissertazione di Castigliano era citata come una delle «applicazioni del *principio di elasticità* [che] si sono propagate ed hanno viepiù confermato l'esattezza, la semplicità e la generalità del metodo che ne deriva.»[8] Menabrea asseriva che il metodo di Castigliano (da lui erroneamente chiamato Castiglione) era un'applicazione del proprio teorema del lavoro minimo (ribattezzato *principio di elasticità*), quando nella realtà la nuova dimostrazione di Menabrea era un'applicazione del metodo più generale di Castigliano. Ne scaturì un'aspra polemica con Castigliano, che accusava Menabrea di plagio. La questione, discussa dall'Accademia dei Lincei nella sessione del 6 giugno 1875, fu così decisa:

> Il socio CREMONA crede che il reclamo del signor CASTIGLIANO non sia abbastanza fondato: il teorema di cui si tratta è anteriore ai lavori de' due autori, e le dimostrazioni date non sembrano esenti da ogni obbiezione. È perciò opinione sua che manchi la materia della contesa, e concluse: s'abbia il sig. CASTIGLIANO l'onore di aver fatto un bel lavoro; nessuno potrà togliere al socio MENABREA il merito di aver reso popolare e di uso comune un principio generale, che è certamente riserbato a ricevere applicazioni sempre più estese.[9]

Affermando che il principio del lavoro minimo era stato formulato prima degli studi di Menabrea e Castigliano e che le loro dimostrazioni erano incomplete, l'Accademia dei Lincei poteva asserire che a nessuno dei due spettava l'onore della prima formulazione o della prima corretta dimostrazione. Non sussisteva quindi la materia stessa del contendere. Oggi, si tende a riconoscere nella dimostrazione di Menabrea, emendata da Bertrand, la prima dimostrazione corretta del principio del lavoro minimo, attribuendo a Castigliano il merito di aver elaborato un metodo più generale.

Menabrea ha un altro primato scientifico: ha pubblicato il primo programma per calcolatore. Ciò è avvenuto nel 1842, in un articolo in lingua francese apparso nella rivista elvetica *Bibliothèque Universelle de Genève*, dal titolo *Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage*. Nel 1843 l'articolo fu tradotto in inglese, con il titolo *A sketch of the analytical engine invented by Charles Babbage*, da Augusta Ada Lovelace, figlia del poeta Lord Byron, e pubblicato nel terzo volume della rivista *Scientific Memoirs*. Ada Lovelace integrò la traduzione con sette note esplicative, identificate con le lettere dalla A alla G. La nota G contiene un programma per il calcolo dei numeri di Bernoulli, che è talvolta indicato come il primo programma nella storia dell'informatica. Si tratta tuttavia di un'indicazione erronea, poiché l'articolo di Menabrea contiene tre programmi completi, anche se di complessità inferiore a quello di Ada Lovelace.

L'articolo di Menabrea non è stato mai tradotto in lingua italiana. In questo mio lavoro desidero ovviare a questa mancanza. Ho tradotto l'articolo di Menabrea dalla versione originale francese, avendo riguardo anche alla traduzione inglese di Ada Lovelace.

Il progetto di Babbage.

Charles Babbage (1791-1871) è uno dei pionieri dei calcolatori. Progettò e tentò di realizzare un calcolatore programmabile, capace di eseguire non solo un insieme prefissato di operazioni, ma di ricevere istruzioni su quali operazioni eseguire e in che ordine.

Babbage progettò tre diverse macchine.[10] La prima era il *Difference Engine No 1*, di circa 25 000 parti meccaniche. Era basata sul principio delle differenze finite. Poteva calcolare polinomi di settimo grado impiegando soltanto l'addizione.

Babbage fu indotto a tentarne la costruzione dall'osservazione che le tavole matematiche utilizzate per i calcoli erano affette da frequenti errori. Le tavole, con i valori delle funzioni trigonometriche, dei logaritmi,

---

[6] C. A. Castigliano, *Dissertazione intorno ai sistemi elastici, presentata alla commissione esaminatrice della R. Scuola d'applicazione degli ingegneri di Torino per ottenere la Laurea di Ing. Civile*, V. Bona, Torino, 1873.

[7] L. F. Menabrea, *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici*, in *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, seconda serie, vol. 2 (1875), 201-20.

[8] *ivi*, p. 203.

[9] *Atti della R. Accademia dei Lincei*, seconda serie, vol. 2 (1875), pp. LIX-LXVI, p. LXVI.

[10] Ho tratto le informazioni su Babbage e i suoi calcolatori, oltre che dall'articolo di Menabrea e dalle note di Ada Lovelace, da: D. D. Swade, *Redeeming Charles Babbage's mechanical computer*, in *Scientific American*, febbraio 1993, pp. 86-91; C. Babbage, *Passages from the life of a philosopher*, a cura di M. Campbell-Kelly, Pickering & Chatto Ltd, 1994; H. P. Babbage, *Babbage's Analytical Engine* in *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 60 (1910), pp. 517-26; C. Tomlinson (a cura di), *Calculating machines* in *Cyclopaedia of useful arts, mechanical and chemical*, vol. 1 (1866), pp. 265-72.

delle potenze e delle radici, erano strumenti indispensabili per gli scienziati. Babbage pensò di risolvere il problema progettando una macchina capace di calcolare in maniera affidabile le tavole richieste e dotata di un apparato che generava le matrici per la stampa. In questo modo si sarebbero evitati errori di calcolo e trascrizione.

Macchine calcolatrici esistevano già da centinaia di anni. Sin dal Seicento erano state costruite macchine moltiplicatrici, che eseguivano soltanto un'operazione per volta. Il risultato andava trascritto e reimpostato per eventuali calcoli successivi, con il rischio di commettere errori manuali. Per ottenere una macchina affidabile che non richiedesse l'intervento umano, Babbage pensò di costruire una calcolatrice che eseguisse addizioni in serie. Ottenne ampi finanziamenti per la costruzione della una tale macchina. Il governo britannico stanziò la considerevole somma di 17 000 sterline. Nel 1833 fu realizzato un prototipo di 2000 componenti, conservato nello Science Museum di Londra e tuttora funzionante. La costruzione della macchina completa procedeva tuttavia lentamente finché, nel 1834, il governo sospese i finanziamenti. La costruzione del *Difference Engine No 1* fu interrotta.

Babbage progettò in maniera dettagliata una nuova macchina calcolatrice, il *Difference Engine No 2*, ma non ottenne finanziamenti per la costruzione. Nel 1991, in occasione del bicentenario della nascita di Babbage, lo Science Museum di Londra ha realizzato il progetto dimostrandone la fattibilità. Mediante opportuni accorgimenti, il *Difference Engine No 2* richiedeva circa un terzo dei componenti del suo predecessore, pur avendo una precisione di 31 cifre (il *No 1* eseguiva calcoli a 21 cifre).

La terza macchina progettata da Babbage, soltanto in modo schematico, fu l'*Analytical Engine*. Babbage non trovò finanziamenti per la costruzione. L'*Analytical Engine* era, nell'intenzione di Babbage, un calcolatore programmabile. Mediante schede perforate, che erano state introdotte nell'industria tessile da Joseph-Marie Jacquard all'inizio del diciannovesimo secolo, sarebbe stato possibile indicare alla macchina quali operazioni eseguire.

L'autobiografia di Babbage, *Passages from the life of a philosopher*, è dedicata a Vittorio Emanuele II, re d'Italia. Nella dedica, Babbage ricorda di aver ottenuto «il primo pubblico ufficiale riconoscimento dell'invenzione» dell'*Analytical Engine* in Italia, nel corso di un convegno promosso da Carlo Alberto, che si tenne nel 1840 a Torino. Fu durante questo convegno che Menabrea incontrò Babbage. Nella relazione del convegno si legge: «Il capitano Menabrea espone un progetto conforme alle idee del celebre Carlo Babbage, il cui scopo è di eccitare il congresso dei naturalisti italiani alla compilazione di un'opera in cui siano raccolte tutte le costanti della natura.»[11]

L'articolo di Menabrea.

L'articolo di Menabrea si apre con la descrizione del Difference Engine (d'ora in poi userò l'abbreviazione DE). Menabrea spiega il principio di funzionamento, il campo di applicazione e le limitazioni intrinseche. Il DE si basa sul principio delle differenze finite. Si osservi la seguente tabella.

n	***n*²**	**Prima differenza**	**Seconda differenza**
1	1		
2	4	3	
3	9	5	2
4	16	7	2
5	25	9	2

Nella prima colonna (n) sono scritti i primi cinque numeri naturali; la seconda colonna (n^2) riporta i relativi quadrati; la terza colonna (Prima differenza) indica la differenza tra due numeri consecutivi della colonna n^2; l'ultima colonna indica la differenza tra i numeri della terza colonna. Come si vede, la seconda differenza è costante. È possibile calcolare i successivi valori della tabella usando solo l'addizione. Il prossimo numero nella terza colonna è 11 (cioè 9+2) che, sommato a 25, dà il numero 36, ossia il quadrato di 6. Quindi la riga successiva è

6	36	11	2

Ripetiamo l'operazione: 11+2=13; 13+36=49; la riga successiva è quindi

7	49	13	2

Ripetiamo ancora: 13+2=15; 15+49=64; si ottiene

8	64	15	2

[11] *Relazioni intorno alla seconda riunione degli scienziati tenuta in Torino nel 1840*, Pompeo Magnaghi, Torino, 1840, pp. 43-4.

Mediante la sola addizione è possibile calcolare la tavola dei quadrati dei numeri interi. La proprietà generale su cui si basa il principio delle differenze finite è: dato un polinomio qualsiasi di grado *k*, la *k*-esima differenza è costante. Poiché il valore delle funzioni trigonometriche e logaritmiche è approssimabile mediante polinomi, il metodo delle differenze finite permette di calcolare le tavole delle funzioni trigonometriche e logaritmiche usando solo l'addizione.

Menabrea riconosce che il DE, pur con l'indiscutibile utilità nel calcolo delle tavole matematiche, ha una limitazione intrinseca: non fa altro che calcolare polinomi. Secondo Menabrea, Babbage avrebbe progettato l'*Analytical Engine* (d'ora in poi userò l'abbreviazione AE) proprio per superare le limitazioni del DE. Menabrea individua le caratteristiche fondamentali dell'AE in:

1. L'AE può eseguire direttamente le quattro operazioni aritmetiche.
2. Le operazioni dall'AE hanno la stessa generalità dell'algebra.
3. L'AE ha la capacità di eseguire tutte le operazioni necessarie per la soluzione del problema posto senza alcun intervento umano, salvo l'introduzione dei dati numerici iniziali.

Menabrea descrive il metodo utilizzato nell'AE per rappresentare i numeri:

> Immaginiamo una pila o colonna verticale composta di un numero indefinito di dischi circolari, tutti attraversati per il loro centro da un asse comune attorno al quale ciascuno di loro può ruotare indipendentemente. Se, sul contorno di ciascuno di questi dischi, si scrivono le dieci cifre che compongono il nostro alfabeto numerico, disponendo, sulla medesima verticale, una serie di cifre, si potrà esprimere in questo modo un qualunque numero. È sufficiente supporre che il primo disco rappresenti le unità, il secondo le decine, il terzo le centinaia, e così via. Allorquando due numeri siano stati scritti in questo modo su due colonne distinte, ci si potrà porre l'obiettivo di combinarli aritmeticamente tra di loro, e di ottenere il risultato scritto su una terza colonna. In generale, se si ha una serie di colonne composte di dischi e che designeremo con V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, ecc., si può domandare, per esempio, di dividere il numero scritto sulla colonna V_1, per quello della colonna V_4, e di ottenere il risultato nella colonna V_7.

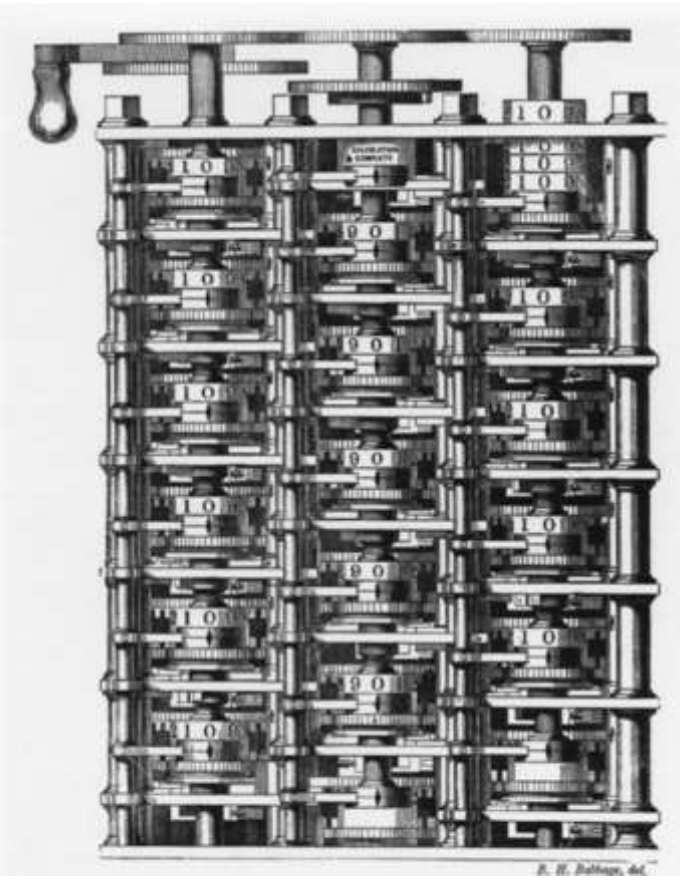

Figura 1. Rappresentazione, risalente alla seconda metà dell'Ottocento, del prototipo del *Difference Engine* assemblato nel 1833. Tuttora funzionante, il prototipo è conservato nello Science Museum di Londra.

Menabrea nota che per eseguire un'operazione, per esempio una divisione, è necessario impartire due distinte disposizioni alla macchina:

> la prima mediante la quale essa è pronta a eseguire *una divisione*, e la seconda mediante la quale si indicano le colonne sulle quali operare, e quella ove il risultato deve essere scritto.

Ne consegue che

> tra le disposizioni che possono assumere i diversi elementi della macchina, se ne distingueranno due principali: 1ª *la disposizione relativa alle operazioni*, 2ª *la disposizione relativa alle variabili*.

Le disposizioni che si riferiscono alle operazioni indicano alla macchina quale delle quattro operazioni aritmetiche eseguire. Le disposizioni riguardanti le variabili indicano quali sono le colonne contenenti i numeri sui quali operare e in quale colonna porre il risultato. L'AE dispone – continua Menabrea nella sua spiegazione – di uno speciale apparato chiamato *mulino*, nel quale sono effettivamente eseguite le operazioni aritmetiche.

> Quanto alle operazioni medesime, esse sono eseguite da un apparato speciale designato con il nome il *mulino*; è composto di un certo numero di colonne simili a quelle delle variabili. Allorquando due numeri devono essere combinati insieme, la macchina […] li trasporta nel mulino. Là, il dispositivo è stato disposto per l'operazione desiderata, quella da eseguire, e, una volta che è terminata, il risultato è trasportato sulla colonna delle variabili che sarà stata indicata. Quindi il mulino è la parte della macchina che esegue; le colonne delle variabili costituiscono quella dove si scrivono e si conservano i risultati.

Figura 2. Porzione del mulino dell'*Analytical Engine* fatta costruire nel 1910 da Henry Babbage, figlio di Charles, conservata nello Science Museum di Londra. Sono visibili le colonne dei dischi per memorizzare i dati numerici.

La macchina – prosegue Menabrea – assume le disposizioni necessarie per eseguire le operazioni, senza l'intervento dell'uomo, tramite schede perforate, così come avviene nel telaio di Jacquard. Nei tessuti si distinguono due tipi di fili: la trama e l'ordito. Attraverso l'opportuno intrecciarsi di questi fili è possibile realizzare disegni. Questo lavoro era eseguito a mano prima dell'invenzione del telaio di Jacquard, nel quale i fili sono collegati a leve il cui movimento è regolato dalle schede perforate. Le leve che si trovano in corrispondenza della parte solida della scheda sono obbligate a muoversi con la scheda stessa, mentre quelle che si trovano in corrispondenza di una perforazione sono indipendenti dal movimento della scheda. L'intreccio dei fili è quindi comandato dalle schede perforate. A ogni azione del telaio una nuova scheda occupa il posto della precedente e comanda un diverso intreccio dei fili. Il risultato è la produzione di figure anche complesse. Menabrea ricorda che per alcuni disegni sono necessarie non meno di ventimila schede. L'AE utilizza le schede perforate in maniera simile. La macchina ha due tipi principali di schede:

> 1° le schede delle operazioni, mediante le quali è predisposta in modo da eseguire una serie determinata di operazioni, quali addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni; 2° le schede delle variabili, che indicano alla macchina le colonne sulle quali i risultati dovranno essere scritti.

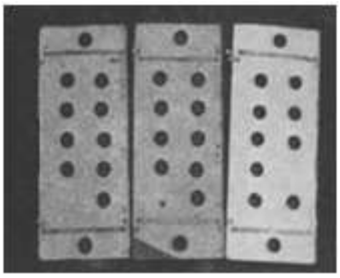

Figura 3. Schede perforate per l'*Analytical Engine*, conservate nello Science Museum di Londra.

Le schede delle operazioni indicano quali operazioni la macchina eseguirà; le schede delle variabili individuano le colonne sorgenti e destinazione. Un terzo tipo di schede sarà poi indicato come necessario da Menabrea: le schede dei numeri, che contengono le principali costanti matematiche:

> Ci sono certi numeri, quale quello che esprime il rapporto tra la circonferenza e il diametro, i numeri di Bernoulli, ecc., che si presentano frequentemente nei calcoli. Per non essere obbligati a calcolarli ogni volta che li si debba impiegare, si può preparare certe schede destinate a fornirli immediatamente al mulino, da dove saranno poi posti nelle colonne del magazzino ove sono destinati.

Menabrea illustra i principi di funzionamento dell'AE tramite un programma che calcola la soluzione, rispetto alla variabile x, del sistema di due equazioni lineari

$$\begin{cases} mx + my = d \\ m'x + n'y = d' \end{cases}$$

Tale soluzione è

$$x = \frac{dn' - d'n}{n'm - nm'}$$

Menabrea descrive il programma per calcolare la soluzione:

> Rappresentiamo ora con V_0, V_1, V_2, ecc., le differenti colonne che contengono i numeri, e supponiamo che si siano scelte le prime otto colonne per scrivere i numeri che sono rappresentati da m, n, d, m', n', d', n e n', ossia $V_0=m$, $V_1=n$, $V_2=d$, $V_3=m'$, $V_4=n'$, $V_5=d'$, $V_6=n$, $V_7=n'$.

La serie delle operazioni comandate dalle schede e i risultati ottenuti sono rappresentati nella tabella seguente:

Numero delle operazioni	Schede delle operazioni I segni indicano la natura delle operazioni	Schede delle variabili		Sequenza delle operazioni
		Colonne soggette alle operazioni	Colonne che ricevono il risultato delle operazioni	
1	X	V_2 X V_4 =	V_8 …...	= *dn’*
2	X	V_5 X V_1 =	V_9 …...	= *d’n*
3	X	V_4 X V_0 =	V_{10} …...	= *n’m*
4	X	V_1 X V_3 =	V_{11} …...	= *nm’*
5	–	$V_8 - V_9$ =	V_{12} …...	= *dn’ – d’n*
6	–	$V_{10} - V_{11}$ =	V_{13} …...	= *n’m – nm’*
7	:	$\frac{V_{12}}{V_{13}}$ =	V_{14} …...	$= x = \frac{dn' - d'n}{mn' - m'n}$

La colonna “Numero delle operazioni” indica il numero successivo dei passi di esecuzione del programma. La seconda colonna contiene le schede delle operazioni, che indicano quali operazioni la macchina eseguirà. La colonna “Schede delle variabili” contiene le schede delle variabili che individuano le pile della macchina sulle quali agirà. È divisa in “Colonne soggette alle operazioni”, che riporta le pile della macchina che contengono i dati sorgente, e “Colonne che ricevono il risultato delle operazioni”, che riporta le pile di destinazione. Infine “Sequenza delle operazioni” riporta lo stato delle pile della macchina. In termini moderni la tabella è la traccia passo-passo dell’esecuzione del programma. Il numero delle schede può essere ridotto, come rileva Menabrea:

> Si potrà […], in caso di necessità, impiegare soltanto tre schede delle operazioni; perché sarà sufficiente introdurre nella macchina un apparato che, per esempio, dopo la prima moltiplicazione, ritiene la scheda relativa a questa operazione, e le permette di avanzare, per essere sostituita da un’altra, solo quando questa stessa operazione sarà stata ripetuta quattro volte.

È questa una descrizione del concetto di ciclo d’istruzioni, cioè della possibilità di eseguire più volte le operazioni comandate da una o più schede. Questo concetto sarà ripreso in seguito.

Menabrea presenta un secondo programma, consistente in una piccola variazione del primo, nel quale si calcola la soluzione del precedente sistema di equazioni lineari rispetto alla variabile y. Non riporto la tabella di questo programma, poiché non aggiunge molto al programma iniziale. Nel commento Menabrea nota che le colonne delle variabili possono essere considerate un magazzino di numeri. Segue un altro esempio, anch’esso semplice, per mostrare che

> La macchina non soltanto è capace di eseguire i calcoli numerici che dipendono da una formula algebrica data, ma è anche adatta ai calcoli analitici nei quali si abbia una o più variabili da considerare. A tal fine si dovrà assumere che l’espressione analitica sulla quale si deve operare sia sviluppata secondo le potenze della variabile, o secondo funzioni determinate di questa stessa variabile.

Anche in questo caso Menabrea scrive un programma molto semplice. È interessante la conclusione che Menabrea trae dal suo esempio di programmazione:

> Da ciò che è stato esposto si può dedurre questa conseguenza importante, e cioè, poiché le schede indicano soltanto la natura delle operazioni da compiere e le colonne delle variabili sulle quali esse devono essere eseguite, le schede avranno elle stesse tutta la generalità dell’analisi, di cui non sono che una semplice traduzione.

Immediatamente dopo tale affermazione, Menabrea spiega sinteticamente ma correttamente due concetti fondamentali della programmazione: la possibilità di eseguire due serie diverse di operazioni al verificarsi di un certo evento e la possibilità di eseguire un ciclo di operazioni fino al verificarsi di una certa condizione. Nei tre programmi fino a questo punto presentati da Menabrea, tutte le istruzioni sono eseguite in successione, nell’ordine nel quale compaiono. Usando il test di una condizione per decidere quale porzione di schede eseguire, l'AE è in grado di eseguire le istruzioni in ordine diverso da quello con cui si presentano. Parlando delle funzioni con punti di singolarità, Menabrea dice:

> Ci sono certe funzioni che devono cambiare di natura allorquando passano per lo zero o l'infinito, o dove i valori non possono essere ammessi al di là di questi limiti. Allorché questi casi si presenteranno, la macchina per mezzo di una suoneria potrà avvertire che il passaggio per zero e per l'infinito ha avuto luogo, e allora essa si arresta, sino a quando l'addetto l'avrà rimessa in azione per quelle altre operazioni che le si vorrà ordinare. Se questa operazione è prevista, la macchina, in luogo di suonare, si disporrà in modo da presentare le nuove schede relative all'operazione che deve succedere al passaggio per zero e l'infinito. Queste nuove schede possono fare seguito alle prime e non entrare in gioco che quando le due circostanze indicate precedentemente avranno luogo.

È questa una descrizione del concetto di salto. Una serie di schede segue, dal punto di vista fisico, un'altra serie di schede, ma è eseguita solo al verificarsi di una certa condizione. Quando la macchina incontra un punto di singolarità, smette di eseguire la prima serie di schede e passa a eseguire la seconda serie di schede, letteralmente saltando in un'altra porzione di codice. Una piccola nota amena: già a quell'epoca era previsto il fastidiosissimo *beep* (o forse *drin*) al verificarsi di una condizione anomala. Segue un esempio dedicato al calcolo di un termine della forma ab^n, nel quale Menabrea utilizza esplicitamente un ciclo.

> Consideriamo un termine della forma ab^n; poiché le schede non sono che una traduzione delle formule analitiche, accadrà, nel caso attuale, che il loro numero sarà lo stesso, di quello che è il valore di n […] supponiamo per il momento che n sia un numero intero. Ora, poiché l'esponente n indica che b deve essere moltiplicato n volte per sé stesso, avendo tutte queste operazioni la medesima natura, sarà sufficiente impiegare a tale scopo una sola scheda delle operazioni, quella che comanda la moltiplicazione. Ma quando n sarà dato per un caso particolare che si desidera calcolare, sarà ancora necessario che la macchina limiti le moltiplicazioni a numeri opportuni. Ecco ora come l'operazione possa essere disposta. I tre numeri a, b e n saranno scritti su altrettante colonne distinte del magazzino, che designeremo con V_0, V_1, V_2; il risultato ab^n verrà trascritto sulla colonna V_3. Quando il numero n sarà stato introdotto nella macchina, una scheda ordinerà a un *contatore* di segnare $(n - 1)$ e nello stesso tempo farà eseguire la moltiplicazione di b per b. Quando essa sarà stata eseguita, il contatore avrà cancellato un'unità e non segnerà che $(n - 2)$, e la macchina ordinerà nuovamente al numero b scritto sulla colonna V_2 di moltiplicarsi con il prodotto b^2 sulla colonna V_3, che darà b^3. Allora una nuova unità sarà cancellata dal contatore, e le operazioni indicate si ripeteranno fino a quando il contatore non segnerà zero. Allora il numero b^n si troverà scritto sulla colonna V_3, e la macchina seguendo il corso delle altre operazioni, ordinerà il prodotto di b^n per a, e il calcolo richiesto sarà stato ottenuto senza che il numero delle schede impiegate debba variare con il valore di n.

In questo esempio è descritto un ciclo con diminuzione della variabile di controllo e uscita dal ciclo all'azzeramento della variabile. L'uso di questa tecnica consente, come bene indica Menabrea, di eseguire calcoli usando un numero fisso di schede, indipendentemente dal valore dei dati numerici pertinenti del problema.

L'articolo di Menabrea volge alla fine. Menabrea si chiede quale sarebbe l'utilità dell'AE, ammesso che sia possibile costruirlo. L'autore individua tre punti:

1. L'assoluta accuratezza.
2. Il risparmio di tempo.
3. Il risparmio di risorse intellettive.

Inoltre – osserva Menabrea – molte promettenti teorie, a causa della loro notevole complessità matematica, rischiano di restare al di fuori della scienza per la difficoltà nel calcolare i risultati numerici. L'idea di costruire un apparato capace di aiutare la debolezza umana in queste ricerche è una concezione che, se realizzata, segnerebbe un'epoca gloriosa nella storia della scienza.

Traduzione dell'articolo di Menabrea.

Titolo originale: *Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage* in *Bibliothèque universelle de Genève. Nouvelle série*, vol. 41 (1842), pp. 352-76.

Nella traduzione, l'unica nota di Menabrea presente nell'articolo originale è identificata con il numero 1. Le mie note sono identificate con le lettere corsive dalla *a* alla *k* racchiuse tra parentesi quadre.

NOZIONI SULLA MACCHINA ANALITICA DI M. CHARLES BABBAGE, di Mr. L.-F. MENABREA, capitano del genio militare.

I lavori che appartengono alle diverse branche delle scienze matematiche, sebbene sembrino, a prima vista, essere unicamente di competenza dello spirito, possono tuttavia dividersi in due parti distinte: l'una, che si può chiamare meccanica, perché è soggetta a leggi precise e invariabili, suscettibili di essere realizzate fisicamente, mentre l'altra, che esige l'intervento del ragionamento, appartiene propriamente al campo del pensiero. Perciò, si potrà proporre di far eseguire per mezzo di macchine la parte meccanica del lavoro, e riservare alla sola intelligenza quella parte che dipende dalla facoltà di ragionare. Il rigore al quale sono soggette le regole del calcolo numerico ha suggerito, già da molto tempo, di impiegare strumenti materiali, sia per eseguire interamente i calcoli, sia per abbreviarli. Ne sono nate diverse invenzioni miranti a tale obiettivo, ma l'hanno raggiunto, in genere, in modo imperfetto. Ad esempio la macchina di Pascal, tanto ammirata, oggi non è che un semplice oggetto di curiosità che, sebbene dimostri la grande forza dell'intelligenza del suo inventore, presenta in sé stessa scarsa utilità. Essa non eseguiva che le prime quattro operazioni dell'aritmetica, e più precisamente si limitava alle prime due, poiché la moltiplicazione e la divisione erano il risultato di una serie di addizioni e di sottrazioni. La principale limitazione della maggior parte di queste macchine è di richiedere l'intervento continuo della mano dell'uomo per controllare i movimenti, e ciò è l'origine degli errori; la ragione per cui il loro impiego nell'esecuzione dei calcoli numerici complessi non si diffuso è che non risolvevano affatto il doppio problema che il compito presenta, ossia ottenere la correttezza dei risultati unita al risparmio di tempo.

Mosso da queste riflessioni, Mr. Charles Babbage ha consacrato diversi anni a realizzare un'idea gigantesca. Si è proposto niente meno che costruire una macchina capace di eseguire non soltanto i calcoli aritmetici, ma anche i calcoli analitici le cui leggi siano note. L'immaginazione è dapprima spaventata da una tale impresa. Ma nella misura in cui si riflette con più calma, il successo non appare più impossibile, e si comprende che può dipendere dalla scoperta di un qualche principio molto generale che, se applicato alla macchina, la renderà capace di realizzare meccanicamente le operazioni che le siano indicate mediante la scrittura algebrica. Avendo l'illustre inventore, durante un viaggio che fece a Torino, voluto gentilmente comunicarmi alcune sue considerazioni a questo riguardo, io vengo, con il suo consenso, a descrivere le impressioni che si sono prodotte nella mia mente. Non si deve immaginare di trovare qui una descrizione della macchina di Babbage: richiederebbe lunghi studi per essere inserita, ma cercherò di far capire l'obiettivo e di esporre i principi sui quali si fonda il suo funzionamento.

In primo luogo devo avvertire che essa è del tutto differente da quella di cui si trova una breve descrizione nel trattato sull'Economia delle macchine del medesimo autore. Tuttavia, poiché quest'ultima ha fatto nascere l'idea della macchina in questione, io credo che sia utile, prima di tutto, ricordare in poche parole quali sono stati i primi tentativi di Mr. Babbage, e quali le circostanze che li hanno innescati.[a]

---

[a] Nella nota A aggiunta alla traduzione inglese, *Sketch of the analytical engine by Charles Babbage Esq.* in *Scientific Memoirs*, vol. 3 (1843), pp. 666-731, Ada Lovelace non concorda con Menabrea: l'AE non è stato ispirato dal DE, ma è un progetto autonomo e interamente nuovo. Ada propone una scienza delle operazioni, cioè una teoria formale, facente parte della matematica, avente come oggetto le operazioni stesse. Come fa notare Ada, esiste un'intrinseca ambiguità nella notazione matematica, che non distingue tra l'operazione, il risultato e gli oggetti sui quali si opera. Posso fare un esempio per chiarire il pensiero di Ada. La scrittura 2^6 confonde tre diversi usi della notazione matematica: le cifre 2 e 6 indicano i numeri due e sei, ma anche l'operazione di elevazione a potenza e il risultato di tale operazione. Questo tipo di ambiguità deve essere risolto per la programmazione dell'AE, nel quale è essenziale distinguere tra le operazioni e i dati. L'AE – spiega Ada – esegue operazioni astratte e indipendenti dai numeri rappresentati. «Può agire su altre cose oltre ai *numeri*, se le relazioni fondamentali degli oggetti possono essere espresse tramite quelle della scienza astratta delle operazioni [...] Se si suppone, per esempio, che le relazioni fondamentali dei suoni della scienza dell'armonia siano suscettibili di tale espressione e adattamenti, la macchina potrebbe comporre brani musicali elaborati e scientifici di ogni grado di complessità ed estensione» (*ivi*, p. 694). L'AE non esegue solo calcoli numerici, ma qualunque operazione, anche non numerica. Ha lo stesso potere dell'algebra e dell'analisi astratta, e può trattare tutte quelle materie riconducibili all'algebra e all'analisi. L'esempio proposto da Ada, sulla possibilità che l'AE componga musica, se questa fosse riconducibile a schemi di operazioni, serve a colpire il lettore e a fargli comprendere che le possibilità dell'AE hanno la stessa estensione della scienza astratta delle operazioni (in termini moderni, la macchina esegue algoritmi e non calcoli numerici). Per questo, prosegue Ada, l'AE potrebbe essere utilmente utilizzato per studiare problemi concernenti i numeri immaginari, intrattabili da qualsiasi macchina calcolatrice. Inoltre – sostiene Ada – dovrebbe essere facile per l'AE aggiungere ai risultati numerici anche risultati simbolici, che «sono la necessaria e logica conseguenza delle operazioni eseguite su *dati simbolici*, così come lo sono i risultati numerici quando i dati sono numerici» (695). Non si possono non ammirare gli sforzi che Ada compie per tracciare una distinzione netta e precisa

È noto che il governo francese, volendo facilitare l'adozione del sistema decimale, aveva commissionato tavole logaritmiche e trigonometriche d'immensa estensione. Mr. de Prony, che era stato incaricato della direzione di quest'opera, la ripartì in tre sezioni, a ciascuna delle quali furono assegnate persone dedicate. Nella prima sezione si organizzarono le formule nella maniera opportuna per i calcoli numerici; nella seconda, queste stesse formule furono calcolate per valori discreti della variabile; infine nella terza sezione, composta di circa 80 individui, che per la maggior parte non conoscevano che le prime due regole dell'aritmetica, si interpolarono, mediante semplici addizioni o sottrazioni, i valori intermedi tra quelli che erano stati calcolati dalla seconda sezione.

Dovendosi ripetere in Inghilterra un lavoro simile a quello che abbiamo appena citato, Mr. Babbage ritenne che le operazioni fatte dalla terza sezione potessero essere eseguite da una macchina; e questo è ciò che ha realizzato mediante un meccanismo, di cui è stata costruita una parte, e che si può chiamare *macchina delle differenze* a causa del principio sul quale è basata. Per dare un'idea, sarà sufficiente considerare la serie dei numeri quadrati interi: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ecc. Sottraendo ciascuno di questi numeri dal successivo, si avrà una nuova serie che chiameremo serie delle differenze prime, composta dai numeri: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ecc. Se si sottrarrà da ciascuno di questi numeri il suo predecessore, si otterranno le differenze seconde, che sono tutte costanti e uguali a 2. La serie di queste operazioni e dei risultati cui conducono può essere rappresentata dalla tabella seguente:

	A Colonna dei numeri quadrati	B Differenze prime	C Differenze seconde
	1		
	. . . .	3	
	4	. . . .	2 *b*
	. . . .	5	
a	9	. . . .	2 *d*
	. . . .	7	
c	16	. . . .	2
	. . . .	9	
	25	. . . .	2
	. . . .	11	
	36		

Per il modo con cui le due ultime colonne B e C sono state formate, è facile vedere che, volendo, per esempio, passare dal numero 5 al successivo 7, sarà necessario aggiungere al primo la differenza costante 2; ugualmente, se dal quadrato 9 si vuole passare al successivo 16, si aggiungerà al primo la differenza 7, o in altri termini, la precedente differenza 5, più la differenza costante 2; ancora migliore, il che porta al medesimo risultato, per ottenere il numero 16, sarà sufficiente sommare insieme i tre numeri 2, 5 e 9, posti sulla linea obliqua *a b*. In modo analogo, si otterrà il numero 25 sommando insieme i tre numeri posti sulla linea obliqua *d c*: iniziando con la somma 2 + 7, si ottiene la differenza prima 9, successiva a 7; aggiungendo 16, si avrà il quadrato 25. Si vede dunque, che essendo dati i tre numeri 2, 5, e 9, tutta la serie dei numeri

tra l'esecuzione di un calcolo e il calcolo in sé stesso. È una distinzione resa difficile dalla notazione matematica che si presta ad aumentare la confusione. Continua Ada: «La caratteristica distintiva dell'Analytical Engine, e quella che ha reso possibile sviluppare un meccanismo con così estese possibilità da rendere questa macchina la mano destra esecutiva dell'algebra astratta, è l'introduzione in esso del principio che Jacquard ha ideato per regolare, mediante schede perforate, i più complicati schemi nella fabbricazione dei broccati. È in questo che risiede la distinzione tra le due macchine [tra il DE e l'AE]. Niente del genere esiste nel Difference Engine. Noi possiamo dire, in maniera appropriata, che l'Analytical Engine *tesse schemi algebrici* così come il telaio di Jacquard tesse fiori e foglie» (696). L'AE ha superato i limiti dell'aritmetica e non ha nulla in comune con le macchine calcolatrici. Per questo – precisa Ada – l'AE non è il successore del DE, né il suo progetto può essere considerato in qualche modo correlato o suggerito da quello del DE. Sono due macchine differenti, basati su principi diversi. Il DE è una macchina calcolatrice perfezionata, il cui unico obiettivo è calcolare la particolare funzione matematica $u(x) = a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+fx^5+gx^6$. Al contrario l'AE esegue calcoli astratti, non limitati all'aritmetica, e si basa su una teoria astratta delle operazioni.

quadrati successivi, insieme con quella delle loro differenze prime, potrà essere ottenuta mediante semplici addizioni. Ora, per comprendere come queste operazioni possono essere riprodotte da una macchina, supponiamo che essa abbia tre quadranti che noi designiamo con *A*, *B*, *C*, su ciascuno dei quali siano tracciate mille divisioni, per esempio, che saranno percorse da una lancetta. I due quadranti *B* e *C* avranno, inoltre, ciascuno una suoneria che batterà un numero di colpi uguale a quello delle divisioni segnate dalla lancetta. Per ciascun colpo del contatore del quadrante *C* la lancetta *B* dovrà avanzare di una divisione; sarà lo stesso per la lancetta A, che avanzerà di una divisione per ciascun colpo del quadrante B. Tale è la disposizione generale del meccanismo. Ciò posto, al principio della serie delle operazione che vogliamo eseguire, poniamo la lancetta *C* sulla divisione 2, la lancetta *B* sulla divisione 5, e la lancetta *A* sulla divisione 9. Facciamo suonare il contatore del quadrante *C*: batterà due colpi, e nel medesimo tempo la lancetta *B* avanzerà di due divisioni. Allora segnerà il numero 7, che segue il numero 5 nella colonna delle differenze prime. Facciamo suonare a sua volta il contatore del quadrante *B*: batterà 7 colpi, durante i quali la lancetta *A* avanzerà di 7 divisioni che, sommate al numero 9 che già segnava, daranno il numero 16, ossia il quadrato successivo a 9. Ricominciando l'operazione a partire dalla lancetta *C*, che si lascerà sempre sulla divisione 2, si vede che continuando in modo indefinito, si potrà riprodurre la serie dei quadrati dei numeri interi per mezzo di un semplice meccanismo.

Il teorema sul quale è fondata la costruzione della macchina che abbiamo descritto è un caso particolare di un altro teorema più generale, e che consiste in questo, che dato un qualsiasi polinomio nel quale la più alta potenza della variabile sia *m*, se si fa crescere questa stessa variabile per quantità uguali, e si calcolano i valori corrispondenti del polinomio, e in più, si prendono successivamente le differenze prime, seconde, terze, ecc., come è stato fatto per la serie dei quadrati, le differenze *m*-esime saranno tutte uguali tra loro. Di modo che, per riprodurre la serie dei valori del polinomio mediante una macchina analoga alla precedente, sarà sufficiente avere (m+1) quadranti aventi gli uni con gli altri le relazioni indicate. Poiché le differenze possono essere positive o negative, la macchina conterrà un meccanismo che farà avanzare o retrocedere la lancetta, a seconda che il numero da sommare algebricamente abbia il segno *più* o il segno *meno*.

Allorquando da un polinomio si passa a una serie d'infiniti termini ordinati secondo le potenze ascendenti della variabile, per applicare la macchina al calcolo della funzione rappresentata da questa serie, sembrerebbe a prima vista che il meccanismo dovrebbe contenere un'infinità di quadranti, il che renderebbe la cosa impossibile. Ma la difficoltà scomparirà in molti casi, se si osserva che, per un gran numero di funzioni, si perviene a rendere convergenti le serie che le rappresentano, in modo che, secondo il grado di approssimazione che si desidera, ci si potrà limitare a calcolare un piccolo numero di termini della serie, e gli altri potranno essere ignorati. In questo modo la questione è ricondotta al caso iniziale di un polinomio finito. Si può così calcolare la successione dei logaritmi dei numeri. Ma poiché, a misura che la variabile aumenta di valore, i termini che sono stati precedentemente trascurati aumentato sino al punto d'influenzare il grado di approssimazione desiderato, è necessario, a certi intervalli calcolare il valore della funzione mediante procedimenti diversi, e partire da questi risultati per dedurre, per mezzo della macchina, gli altri valori intermedi. Come si vede, questa macchina rimpiazza la terza sezione di addetti di cui si è parlato a proposito delle tavole calcolate su commissione del governo francese, e soddisfa interamente l'obiettivo proposto.

Tale è la prima macchina immaginata da Mr. Babbage. Si vede che il suo impiego è limitato al caso in cui i numeri desiderati sono suscettibili di essere ottenuti mediante semplici addizioni e sottrazioni, che essa non è per così dire che l'espressione di un teorema particolare dell'analisi, e che infine essa non è affatto adatta alla soluzione di un'infinità di altre questioni che cadono nel dominio dell'analisi matematica. È pensando al vasto campo che gli rimaneva ancora da coprire, che Mr. Babbage, rinunciando ai suoi primi tentativi, concepì il piano di un altro sistema di meccanismo il cui utilizzo doveva avere la generalità della stessa scrittura algebrica, e che, per questo motivo, ha chiamato *macchina analitica*.

Ora che ho esposto lo stato della questione, è tempo di fare conoscere il principio sul quale è fondata la costruzione di questa macchina. Quando si utilizza l'analisi per risolvere qualche problema, ci sono, in genere, due tipi di operazioni da eseguire: dapprima il calcolo numerico dei differenti coefficienti, e quindi la loro distribuzione in rapporto alle quantità che devono essere affette. Se si deve, per esempio, formare il prodotto dei due binomi $(a + bx)(m + nx)$, il risultato sarà rappresentato da $am + (an + bm)x + bnx^2$, espressione dalla quale si dovrà dapprima calcolare am, an, bm, nb, sommare quindi $an + bm$, e infine distribuire i coefficienti appena ottenuti in rapporto alle potenze della variabile. Se si vuole riprodurre queste operazioni per mezzo di una macchina, essa dovrà dunque possedere due capacità distinte: 1ª quella di eseguire i calcoli numerici, 2ª quella di distribuire convenientemente i valori così ottenuti. Ma se la mano dell'uomo fosse obbligata a intervenire per dirigere ciascuna di queste operazioni parziali, non si avrebbe nulla da guadagnare in rapporto all'esattezza e all'economia dei tempi; sarà dunque necessario ancora che la macchina abbia la proprietà di eseguire essa stessa tutte le operazioni successive necessarie per la soluzione del problema proposto, una volta inseriti i *dati numerici primitivi* di questo stesso problema. Quindi, una volta che la natura del calcolo da eseguire o del problema da risolvere sono indicati, la macchina deve, in virtù della sua propria capacità, passare da sé medesima per tutte le operazioni intermedie che conducono al risultato atteso; essa escluderà tutti i metodi per tentativi ed errori, e non ammetterà che i procedimenti diretti di calcolo. Deve essere così, poiché la macchina non è un essere pensante, ma un semplice automa che agisce seguendo le leggi che gli sono state imposte. Ciò posto, una delle prime ricerche dell'autore è stata quella di un modo per eseguire la divisione di un numero per un altro, senza usare il metodo per tentativi indicato dalle regole ordinarie dell'aritmetica. Questa combinazione non è stata la più difficile da ottenere; è quella dalla quale dipendeva il successo di tutte le altre. A causa dell'impossibilità in cui sono di descrivere qui il procedimento mediante cui si arriva a questo obiettivo, ci si dovrà limitare ad ammettere che le quattro operazioni fondamentali dell'aritmetica, vale a dire l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione e la divisione, sono suscettibili di essere eseguite in modo diretto tramite la macchina. Dunque, la macchina sarà nel medesimo tempo capace di eseguire tutti i tipi di calcolo numerico, poiché in definitiva questi calcoli si riducono tutti alle quattro operazioni che abbiamo appena descritto. Per comprendere ora come la macchina può funzionare secondo le leggi stabilite, diamo subito un'idea del modo con cui i numeri sono rappresentati materialmente.

Immaginiamo una pila o colonna verticale composta di un numero indefinito di dischi circolari, tutti attraversati per il loro centro da un asse comune attorno al quale ciascuno di loro può ruotare indipendentemente. Se, sul contorno di ciascuno di questi dischi, si scrivono le dieci cifre che compongono il nostro alfabeto numerico, disponendo, sulla medesima verticale, una serie di cifre, si potrà esprimere in questo modo un qualunque numero. È sufficiente supporre che il primo disco rappresenti le unità, il secondo le decine, il terzo le centinaia, e così via. Allorquando due numeri siano stati scritti in questo modo su due colonne distinte, ci si potrà porre l'obiettivo di combinarli aritmeticamente tra loro, e di ottenere il risultato scritto su una terza colonna. In generale, se si ha una serie di colonne composte di dischi e che designeremo con V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, ecc., si può domandare, per esempio, di dividere il numero scritto sulla colonna V_1, per quello della colonna V_4, e di ottenere il risultato nella colonna V_7. Per eseguire quest'operazione, si dovranno dare alla macchina due distinte disposizioni: la prima mediante la quale essa è pronta a eseguire *una divisione*, e la seconda mediante la quale si indicano le colonne sulle quali operare, e quella ove il risultato deve essere scritto. Allorquando a questa divisione dovrà, per esempio, seguire un'addizione di due numeri presi da altre colonne, le due disposizioni della macchina dovranno cambiare nel medesimo tempo. Se si desidera, al contrario, eseguire una serie di operazioni della medesima natura, allora la prima disposizione rimarrà la stessa, la seconda soltanto cambierà. Tra le disposizioni che possono assumere i diversi elementi della macchina, se ne distingueranno due principali: 1ª *la disposizione relativa alle operazioni*, 2ª *la disposizione relativa alle variabili*; per quest'ultima s'intende quella che indica le colonne sulle quali si deve operare. Quanto alle operazioni medesime, esse sono eseguite da un apparato speciale designato con il nome di *mulino*; è composto di un certo numero di colonne simili a quelle delle variabili.[b] Allorquando due numeri devono essere combinati insieme, la macchina inizia con il cancellarli dalle colonne sulle quali erano scritti, vale a dire a porre *zero* su ciascuno disco delle due linee verticali ove i numeri erano scritti; poi essa li trasporta nel mulino. Là, il dispositivo è stato disposto per l'operazione desiderata, che sarà eseguita, e, una volta terminata, il risultato è trasportato sulla colonna delle variabili che sarà stata indicata. Quindi il mulino è la parte della macchina che esegue; le colonne delle variabili costituiscono quella dove si scrivono e si conservano i risultati. Da ciò che è stato detto, si vede che tutti i risultati frazionari e irrazionali saranno rappresentati mediante frazioni decimali. Supponendo che ciascuna colonna sia composta di cinquanta

[b] Nella nota B aggiunta alla traduzione inglese, Ada Lovelace spiega che «le *schede delle Operazioni* determinano soltanto la successione delle operazioni in un modo generale. Esse infatti pongono l'intera porzione del meccanismo incluso nel *mulino* in una serie di *stati* differenti, che noi possiamo chiamare lo *stato dell'addizione*, o lo *stato della moltiplicazione*, ecc., rispettivamente. In ciascuno di questi stati il meccanismo è pronto per agire nella maniera peculiare a quello stato, su ogni coppia di numeri che si farà entrare nella sua sfera d'azione. Solo *uno* di questi stati operativi del mulino può esistere in un certo istante» (704). Questa descrizione del funzionamento del mulino permette di identificarlo con l'unità logico-aritmetica di un moderno calcolatore. Il mulino passa attraverso una serie di stati, individuati dall'operazione che sarà eseguita. In ogni istante il mulino si trova in uno e in un solo uno di questi stati. Le schede delle operazioni programmano la macchina in modo da attraversare una serie definita di stati. L'analogia con la macchina di Turing, che sarà introdotta circa novant'anni dopo, è evidente.

dischi, questa quantità sarà sufficiente per tutti i gradi di approssimazione di cui si ha generalmente bisogno.[c]

Adesso si domanderà come la macchina possa da sé medesima e senza ricorrere alla mano dell'uomo, prendere le successive disposizioni necessarie per operare. La soluzione di questo problema è stata presa in prestito dall'apparato di Jacquard, usato per la confezione dei tessuti di broccato; ecco in che modo:

Nel tessuto si distinguono generalmente due tipi di fili: dapprima, l'ordito o fili longitudinali, poi la trama o filo trasversale che è guidato dallo strumento chiamato navetta e che s'incrocia con l'ordito. Allorquando si vuole realizzare un broccato, è necessario impiegare a turno certi fili da incrociare con la trama, seguendo un ordine determinato dalla natura del disegno che si desidera riprodurre. Una volta questa operazione era lunga e difficile ed esigeva che l'operatore, attento al disegno che doveva copiare, organizzasse egli stesso i movimenti che questi fili dovevano prendere. Da ciò proveniva il prezzo elevato di questo tipo di stoffe, soprattutto allorquando impiegava fili di colori differenti. Per semplificare questa manifattura, Jacquard immaginò di porre in comunicazione ciascuno dei gruppi di fili che dovevano agire insieme con una leva distinta per ciascun gruppo. Tutte queste leve terminano in asticciole riunite in un fascio che ha generalmente la forma di un parallelepipedo a base rettangolare; queste asticciole sono cilindriche e separate tra loro da piccoli intervalli. L'operazione di sollevamento dei fili si ridurrà quindi a muovere convenientemente i diversi bracci delle leve. Per far ciò, si prende una scheda di cartone di forma rettangolare, un poco più grande della sezione del fascio. Se si applica questa scheda contro la base del fascio delle leve, imprimendogli un movimento di traslazione, tutte le leve si muoveranno allo stesso tempo, insieme ai fili collegati. Ma se la scheda, invece di essere *piena*, è perforata nei punti in cui le estremità delle leve la toccano, allora, poiché nel suo movimento la scheda è attraversata da parte a parte dalle leve, queste resteranno ferme. In questo modo si vede che è possibile determinare la posizione di questi fori nella scheda, in modo che, in un dato istante, c'è un certo numero di leve e per conseguenza di fili sollevati, mentre gli altri restano fermi. Supponendo che questa operazione sia ripetuta successivamente secondo uno schema guidato dal disegno che si desidera realizzare, si comprende che questo disegno può essere riprodotto sulla stoffa. Per far ciò non si deve fare altro che realizzare una serie di schede secondo lo schema voluto, e porle in modo opportuno una dopo l'altra; facendole poi passare su un albero a sezione poligonale, che a ciascun colpo della navetta presenterà una nuova faccia, che sarà trasportata parallelamente a sé stessa contro il fascio delle leve, l'operazione di sollevamento dei fili avverrà in modo regolare. Si vede che si potranno confezionare i broccati, con una rapidità e una precisione che era difficile ottenere precedentemente.

Sono disposizioni analoghe a quelle che abbiamo appena descritto, che sono state introdotte nella macchina analitica.[d] Essa contiene due tipi principali di schede: 1° le schede delle operazioni, mediante le

[c] Nella nota B aggiunta alla traduzione inglese, Ada Lovelace spiega che l'AE memorizza i numeri in colonne di dischi che rappresentato le unità, le decine, le centinaia, e così via. Il modo di memorizzazione dei numeri nell'AE non differisce da quello utilizzato nel DE. Il numero di cifre memorizzabili dipende dal numero di dischi di una colonna. Il progetto dell'AE prevedeva la possibilità di utilizzare 20 dischi, per memorizzare numeri di 20 cifre. Un altro disco è utilizzato per il segno. Ad esempio, si supponga che nelle colonne V_1, V_2 e V_3 siano memorizzati i numeri positivi 5, 7 e 98, corrispondenti alle quantità *a*, *n* e *x*. In modo simbolico, questa disposizione delle colonne è rappresentata dalla seguente figura.

V_1	V_2	V_3	V_4
+	+	+	+
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	9	0
5	7	8	0
$\boxed{A}$	$\boxed{n}$	$\boxed{x}$	$\boxed{}$

L'ultima riga della tabella è un commento, ossia una spiegazione informale del significato dei numeri contenuti nelle colonne, e non corrisponde ad alcun disco della macchina.

[d] Nella nota C aggiunta alla traduzione inglese, Ada Lovelace spiega che, a differenza del telaio di Jacquard, in cui il nastro di schede può solo avanzare, nell'AE è stato introdotto un meccanismo che consente al nastro di schede di retrocedere, in modo da poter eseguire più volte una o più schede. «Il modo di applicazione delle schede, come usato nell'arte della tessitura, non fu comunque trovato sufficientemente potente per tutte le semplificazioni che era desiderabile ottenere in così vari e complicati processi come quelli richiesti per realizzare gli scopi di un Analytical Engine. Fu escogitato un metodo tecnicamente designato *backing* per far retrocedere le schede in determinati gruppi in accordo a determinate leggi. L'oggetto di questa estensione è di assicurare la possibilità di utilizzare ogni particolare scheda o insieme di schede *un qualsiasi numero di volte successivamente* nella soluzione di un particolare problema»

quali è predisposta in modo da eseguire una serie determinata di operazioni, quali addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni; 2° le schede delle variabili, che indicano alla macchina le colonne sulle quali i risultati dovranno essere scritti. Mettendo le schede in movimento, esse dispongono successivamente le diverse parti della macchina secondo la natura delle operazioni da eseguire, e la macchina le esegue nel medesimo tempo mediante i meccanismi di cui è composta.

Per meglio comprendere la cosa, prendiamo per esempio la soluzione di due equazioni di primo grado a due incognite. Siano dunque le due equazioni seguenti ove *x* e *y* sono le incognite:

$$\begin{cases} mx + my = d \\ m'x + n'y = d' \end{cases}$$

si deduce

$$x = \frac{dn' - d'n}{n'm - nm'}$$

e per *y* un valore analogo.

Rappresentiamo ora con V_0, V_1, V_2, ecc., le differenti colonne che contengono i numeri, e supponiamo che si siano scelte le prime otto colonne per scrivere i numeri che sono rappresentati da *m*, *n*, *d*, *m'*, *n'*, *d'*, *n* e *n'*, ossia $V_0=m$, $V_1=n$, $V_2=d$, $V_3=m'$, $V_4=n'$, $V_5=d'$, $V_6=n$, $V_7=n'$. La serie delle operazioni comandata dalle schede, e i risultati ottenuti, saranno rappresentati dalla tabella seguente:

Numero delle operazioni	Schede delle operazioni — I segni indicano la natura delle operazioni	Schede delle variabili		Sequenza delle operazioni
		Colonne soggette alle operazioni	Colonne che ricevono il risultato delle operazioni	
1	X	$V_2 \times V_4 =$	V_8 ……	$= dn'$
2	X	$V_5 \times V_1 =$	V_9 ……	$= d'n$
3	X	$V_4 \times V_0 =$	V_{10} ……	$= n'm$
4	X	$V_1 \times V_3 =$	V_{11} ……	$= nm'$
5	–	$V_8 - V_9 =$	V_{12} ……	$= dn' - d'n$
6	–	$V_{10} - V_{11} =$	V_{13} ……	$= n'm - n'm'$ [e]
7	:	$\frac{V_{12}}{V_{13}} =$	V_{14} ……	$= x = \frac{dn' - d'n}{mn' - m'n}$

Poiché le schede non fanno che indicare come e su quali colonne la macchina deve agire, è chiaro che si dovrà ancora, in ciascun caso particolare, introdurre i dati numerici del calcolo. Nell'esempio che abbiamo scelto, si dovranno preliminarmente scrivere i valori numerici di *m*, *n*, *d*, *m'*, *n'*, *d'* nell'ordine e sulle colonne indicate, dopodiché si farà agire la macchina che darà il valore dell'incognita *x* per questo caso particolare. Per avere il valore di *y*, si dovrà fare un'altra serie di operazioni analoghe alle precedenti. Ma si vede che esse si riducono a quattro operazioni solamente, poiché il denominatore dell'espressione di *y*, salvo il segno, è il medesimo di quello di *x*, e uguale a *m'n – mn'*. Dalla tabella precedente si noterà che la colonna delle operazioni indica di seguito quattro *moltiplicazioni*, due *sottrazioni* e una *divisione*. Si potrà dunque, in caso di necessità, impiegare soltanto tre schede delle operazioni; a tal fine sarà sufficiente introdurre nella macchina un apparato che, per esempio, dopo la prima moltiplicazione, ritiene la scheda relativa a questa operazione, e le permette di avanzare, per essere sostituita da un'altra, solo quando questa stessa operazione sarà stata ripetuta quattro volte. Dall'esempio precedente, noi abbiamo visto che, per trovare il valore di *x*, è necessario cominciare con lo scrivere i coefficienti *m*, *n*, *d*, *m'*, *n'*, *d'* su otto colonne, ripetendo una seconda

---

(706). L'esecuzione delle istruzioni in modo puramente sequenziale non è sufficiente per gli scopi dell'AE: esistono problemi non risolubili impiegando solo una successione lineare d'istruzioni.

[e] La formula è errata; quella corretta è $= n'm - nm'$.

volta *n* e *n'*; seguendo il medesimo metodo, se si volesse ugualmente calcolare *y*, si dovrebbe scrivere questi stessi coefficienti su dodici colonne differenti. Ma è possibile semplificare questa operazione ed evitare le possibilità di errore, che aumentando con la quantità di numeri da scrivere, prima di far operare la macchina, diverrebbero maggiori. A tal fine ricordiamo che ogni numero scritto su una colonna, al fine di essere combinato aritmeticamente con un altro numero, deve essere cancellato dalla colonna sulla quale si trova e trasportato nel *mulino*. Ora, dall'esempio che abbiamo discusso, prendiamo i due coefficienti *m* e *n'*, ciascuno dei quali deve entrare in due differenti prodotti, vale a dire *m* in *mn'* e *md'*, *n'* in *mn'* e *n'd*. Questi coefficienti saranno scritti sulle colonne V_0 e V_4. Se s'inizia la serie delle operazioni con il prodotto di *m* per *n'*, questi numeri saranno cancellati dalle colonne V_0 e V_4 per trasportarli nel mulino che li moltiplicherà tra di loro, quindi ordinerà alla macchina di scrivere il risultato sulla colonna V_6, per esempio. Ma poiché questi numeri devono ancora servire ciascuno a un'operazione, sarà necessario che siano di nuovo scritti da qualche parte; perciò, nel medesimo tempo che il mulino esegue il loro prodotto, la macchina li scriverà nuovamente su due colonne che le saranno indicate dalle schede, e poiché nel caso attuale nulla si oppone a che essi riprendano i loro precedenti posti, si supporrà che siano scritti su V_0 e V_4, da dove infine scompariranno, per non essere più ricopiati, quando avranno subito le altre combinazioni alle quali devono essere soggetti.

Si vede quindi che l'insieme delle operazioni necessarie per risolvere le due equazioni di primo grado in questione, potrà in definitiva essere rappresentato dalla tabella seguente:

Colonne sulle quali sono scritti i dati primitivi del problema	Numero delle operazioni	Schede delle operazioni		Schede delle variabili			Sequenza delle operazioni
		Numero delle schede delle operazioni	Simboli indicanti la natura delle operazioni	Colonne soggette alle operazioni	Colonne che ricevono il risultato delle operazioni	Indicazione delle nuove colonne sulle quali sono scritte le variabili	
$V_0 = m$	1	1	X	V_0 X V_4 =	V_6.......{	V_0 *su* V_0 V_4 *id.* V_4	$V_6 = mn'$
$V_1 = n$	2	»	X	V_3 X V_1 =	V_7.......{	V_1 *id.* V_1 V_3 *id.* V_3	$V_7 = m'n$
$V_2 = d$	3	»	X	V_2 X V_4 =	V_8.......{	V_2 *id.* V_2 V_4 *id.*	$V_8 = dn'$
$V_3 = m'$	4	»	X	V_5 X V_1 =	V_9.......{	V_1 *id.*.... V_5 *id.* V_5	$V_9 = d'n$
$V_4 = n'$	5	»	X	V_0 X V_5 =	V_{10}.......{	V_0 *id.*.... V_5 *id.*....	$V_{10} = d'm$
$V_5 = d$	6	»	X	V_2 X V_3 =	V_{11}.......{	V_2 *id.*.... V_3 *id.*....	$V_{11} = dm'$
	7	2	–	V_0 X V_7 = [f]	V_{12}.......{	V_6 *id.*.... V_7 *id.*....	$V_{12} = mn' - m'n$
	8	»	–	$V_8 - V_9 =$	V_{13}.......{	V_8 *id.*.... V_9 *id.*....	$V_{13} = dn' - d'n$
	9	»	–	$V_{10} - V_{11} =$	V_{14}.......{	V_{10} *id.*.... V_{11} *id.*....	$V_{14} = d'm - dm'$
	10	3	:	$\frac{V_{13}}{V_{12}} =$	V_{15}.......{	V_{13} *id.*.... V_{12} *id* V_{12}	$V_{15} = \frac{dn' - d'n}{mn' - m'n} = x$
	11	»	:	$\frac{V_{14}}{V_{12}} =$	V_{16}.......{	V_{12} *id.*.... V_{14} *id.*....	$V_{16} = \frac{d'm - dm'}{mn' - m'n} = y$

[f] La formula è errata; quella corretta è $V_6 - V_7 =$.

Al fine di diminuire quanto possibile le possibilità di errore nella scrittura dei dati numerici del problema, li si scrivono successivamente su una delle colonne del mulino; poi, per mezzo delle schede destinate a questo scopo, questi stessi numeri vanno a piazzarsi su colonne opportune, senza che l'operatore abbia alcunché di cui preoccuparsi; in questo modo tutta la sua attenzione si rivolgerà alla semplice scrittura di questi stessi numeri.

Da ciò che è stato esposto, si vede che l'insieme delle colonne delle variabili può essere considerato come un *magazzino* di numeri che sono accumulati dal mulino e che, obbedendo agli ordini trasmessi alla macchina per mezzo delle schede, passano alternativamente dal mulino al magazzino e dal magazzino al mulino, per subire le trasformazioni richieste dalla natura del calcolo da eseguire.

Finora, non si è per nulla parlato dei segni dei risultati, e la macchina sarebbe lontana dall'essere perfetta se non fosse capace di rappresentare e combinare tra loro quantità positive e negative. Per raggiungere quest'obiettivo, sopra ciascuna colonna, sia del mulino sia del magazzino, si trova un disco simile a quelli che compongono le colonne. A seconda che la cifra corrispondente al numero scritto sulla colonna sottostante sia pari o dispari, questo numero è considerato positivo o negativo. Ciò posto, ecco un modo per capire come i segni possano combinarsi algebricamente nella macchina. Quando un numero dovrà essere trasportato dal magazzino nel mulino e *vice versa*, lo sarà con il proprio segno, il che accadrà tramite le schede, come è stato detto precedentemente. Siano dunque due numeri posti con i propri rispettivi segni nel mulino e sui quali si debba operare aritmeticamente. Supponiamo che dapprima si tratti di sommarli insieme: le schede delle operazioni ordineranno l'addizione; se i due numeri hanno il medesimo segno, uno dei due sarà cancellato completamente dalla colonna sulla quale era scritto e sarà aggiunto sulla colonna che contiene l'altro numero; la macchina, mediante un apparato, potrà impedire durante questa operazione ogni movimento del disco dei segni che appartiene alla colonna sulla quale si esegue l'addizione, e dunque il risultato rimarrà con il segno che avevano i due numeri dati. Quando i due numeri hanno segni diversi, l'addizione ordinata dalla scheda si cambia in sottrazione mediante meccanismi che sono messi in gioco a causa della differenza dei segni. Poiché la sottrazione non si può fare che sul maggiore dei due numeri, se viene assicurato che il disco dei segni del numero maggiore non abbia alcun movimento quando il più piccolo di questi numeri è cancellato dalla propria colonna per essere sottratto dall'altro, si otterrà un risultato che avrà il segno di quest'ultimo, come deve essere. Le combinazioni cui dà luogo la sottrazione algebrica, sono analoghe alle precedenti. – Passiamo alla moltiplicazione. Quando i due numeri da moltiplicare hanno il medesimo segno, il risultato è positivo; se i due segni sono diversi, il prodotto dovrà essere negativo. Affinché la macchina agisca conformemente a tale legge, sarà sufficiente supporre che, nella colonna che contiene il prodotto di due numeri dati, siano sommate le cifre indicanti i segni dei fattori sul disco dei segni del prodotto; è chiaro che se le cifre dei segni sono entrambi pari, o entrambi dispari, la loro somma sarà un numero pari, e per conseguenza esprimerà una quantità positiva; se, al contrario, le due cifre dei segni sono l'una pari e l'altra dispari, la loro somma sarà un numero dispari, e per conseguenza esprimerà una quantità negativa. – Per la divisione, in luogo di sommare le cifre dei dischi, si dovrà sottrarre l'una dall'altra, il che darà luogo a risultati analoghi ai precedenti, vale a dire, se le cifre sono entrambe pari o dispari, il risultato di questa sottrazione sarà pari; sarà dispari in caso contrario. Quando parlo di sommare o di sottrarre l'uno dall'altro i numeri espressi dalle cifre dei segni, non intendo altro che far avanzare o indietreggiare uno dei dischi di un numero di passi uguale a quello che è espresso dalla cifra dell'altro disco. Si vede dunque, da ciò che è stato esposto, che è possibile combinare meccanicamente i segni delle quantità, in maniera da ottenere risultati conformi a quelli dell'algebra[1].

La macchina non soltanto è capace di eseguire i calcoli numerici che dipendono da una formula algebrica data, ma è anche adatta ai calcoli analitici nei quali si abbia una o più variabili da considerare. A tal fine si dovrà assumere che l'espressione analitica sulla quale si deve operare sia sviluppata secondo le potenze della variabile, o secondo funzioni determinate di questa stessa variabile, come sarebbero, ad esempio, le funzioni circolari; lo stesso dovrebbe essere per il risultato al quale si desidera arrivare. Ora, se si suppone che sopra ciascuna colonna del magazzino siano state scritte le potenze o le funzioni della variabile ordinate secondo la legge di sviluppo che si considera, i coefficienti di questi termini differenti potranno essere scritti sulle colonne sottostanti corrispondenti. Si sarà, in questo modo, rappresentato uno sviluppo analitico. Adesso, supponendo che la posizione dei differenti termini che lo compongono sia invariabile, il problema si ridurrà a

[1] Non avendo avuto la possibilità di discutere con Mr. Babbage il modo d'introdurre nella sua macchina la combinazione dei segni algebrici, non ho la pretesa di esporre qui il metodo di cui si serve a questo fine; ma ho creduto di dovervi supplire, ritenendo che questo scritto sarebbe stato imperfetto se non avessi indicato uno dei mezzi che si possono usare per risolvere questo punto essenziale del problema in questione.

calcolare i loro coefficienti secondo le leggi richieste dalla natura del problema. Per far meglio comprendere la cosa, prendiamo l'esempio seguente, molto semplice, nel quale si chiede di moltiplicare ($a + b\,x^1$) per (A + B $cos^1\,x$). Cominceremo con lo scrivere x^0, x^1, $cos^0\,x$, $cos^1\,x$ sopra le colonne V_0, V_1, V_2 e V_3; poiché, secondo la forma delle due funzioni da combinare, i termini che dovranno comporre il prodotto sono della seguente natura, $x^0\,cos^0\,x$, $x^0\,cos^1\,x$, $x^1\,cos^0\,x$, $x^1\,cos^1\,x$, li si scriverà sopra le colonne V_4, V_5, V_6 e V_7. Supponendo dati i coefficienti di x^0, x^1, cos^0 e cos^1, per mezzo del mulino saranno fatti passare sulle colonne V_0, V_1, V_2 e V_3. Questi sono i dati primitivi del problema; è adesso alla macchina che spetta di trovare la soluzione, vale a dire di trovare i coefficienti che dovranno essere scritti su V_4, V_5, V_6 e V_7. A tal fine, poiché la legge di formazione di questi stessi coefficienti è nota, la macchina agirà guidata dalle schede, nel modo indicato dalla tabella seguente:

Colonne ove sono scritte le funzioni della variabile	Coefficienti		Schede delle operazioni		Schede delle variabili			
	Dati	Da formare	Numero delle operazioni	Natura dell'operazione	Colonne soggette alle operazioni	Colonne dove sono scritti i risultati delle operazioni	Indicazione delle nuove colonne sulle quali sono scritti i coefficienti soggetti alle operazioni	Risultati delle operazioni
$x^0 \dots V_0$	a	»	»	»	»	»	»	» »
$x^1 \dots V_0$	b	»	»	»	»	»	»	» »
$\mathrm{Cos}^0\, x \dots V_2$	A	»	»	»	»	»	»	» »
$\mathrm{Cos}^1\, x \dots V_3$	B	»	»	»	»	»	»	» »
$x^0 \cos^0 x \dots V_4$		aA	1	X	V_0 X V_2 =	V_4 ...... {	V_0 su V_0 V_2 id V_2	$V_4=aA$ coefficiente di $x^0\cos^0 x$
$x^0 \cos^1 x \dots V_5$		aB	2	X	V_0 X V_3 =	V_5 ...... {	V_0 id … V_3 id V_3	$V_5=aB$ … id … di $x^0\cos^1 x$
$x^1 \cos^0 x \dots V_6$		bA	3	X	V_1 X V_2 =	V_6 ...... {	V_1 id V_1 V_3 id …	$V_6=bA$ … id … di $x^1\cos^0 x$
$x^1 \cos^1 x \dots V_7$		bB	4	X	V_1 X V_3 =	V_7 ...... {	V_1 id … V_3 id …	$V_6=bB$ … id … di $x^1\cos^1 x$

Si deve adesso capire che i principi sviluppati nell'esempio precedente possono applicarsi in genere a ogni tipo di operazione che si potrà proporre nelle serie sottoposte al calcolo. Sarà sufficiente conoscere la legge di formazione dei diversi coefficienti, inserire questa legge nelle schede della macchina, che quindi eseguirà essa stessa tutti i calcoli opportuni per arrivare al risultato desiderato. Se si trattasse, per esempio, di una serie ricorsiva, essendo la legge di formazione dei differenti termini la stessa per tutti, le stesse operazioni che si faranno per uno di essi si ripeteranno per gli altri; soltanto vi sarà un cambiamento nel luogo dell'operazione, vale a dire che essa si farà su colonne differenti. Poiché generalmente ogni espressione analitica è suscettibile di essere espressa mediante una serie ordinata secondo certe funzioni della variabile, si vede che la macchina abbraccerà tutti i calcoli analitici che si riducono in definitiva alla formazione di coefficienti secondo certe leggi, e alla loro distribuzione rispetto alle variabili.

Da ciò che è stato esposto si può dedurre questa conseguenza importante, e cioè che, poiché le schede indicano soltanto la natura delle operazioni da compiere e le colonne delle variabili sulle quali esse devono essere eseguite, le schede avranno elle stesse tutta la generalità dell'analisi, di cui non sono che una semplice traduzione. Esaminiamo ancora qualcuna delle difficoltà che la macchina deve superare affinché la sua assimilazione all'analisi sia più completa. Ci sono certe funzioni che devono cambiare di natura allorquando passano per lo zero o l'infinito, o dove i valori non possono essere ammessi al di là di questi limiti. Allorché questi casi si presenteranno, la macchina per mezzo di una suoneria potrà avvertire che il passaggio per zero o per l'infinito ha avuto luogo, e allora essa si arresta, sino a quando l'addetto l'avrà rimessa in azione per quelle altre operazioni che le si vorrà ordinare. Se questa operazione è prevista, la macchina, in luogo di suonare, si disporrà in modo da presentare le nuove schede relative all'operazione che deve seguire al passaggio per zero e l'infinito. Queste nuove schede possono fare seguito alle prime e non entrare in gioco che quando le due circostanze indicate precedentemente avranno luogo. Consideriamo un termine della forma ab^n; poiché le schede non sono che una traduzione delle formule analitiche, accadrà, nel caso attuale, che il loro numero sarà il medesimo, qualunque sia il valore di n, vale a dire qualunque sia il numero delle moltiplicazioni da eseguire per elevare b alla potenza *n-esima* (supponiamo per il momento che n sia un numero intero). Ora, poiché l'esponente n indica che b deve essere moltiplicato n volte per sé stesso, avendo tutte queste operazioni la medesima natura, sarà sufficiente impiegare a tale scopo una sola scheda delle operazioni, quella che comanda la moltiplicazione.

Ma quando n sarà dato per un caso particolare che si desidera calcolare, sarà ancora necessario che la macchina limiti le moltiplicazioni a numeri opportuni. Ecco ora come l'operazione possa essere disposta. I tre numeri a, b e n saranno scritti su altrettante colonne distinte del magazzino, che designeremo con V_0, V_1, V_2; il risultato ab^n verrà trascritto sulla colonna V_3. Quando il numero n sarà stato introdotto nella macchina, una scheda ordinerà a un *contatore* di segnare $(n – 1)$ e nello stesso tempo farà eseguire la moltiplicazione di b per b. Quando essa sarà stata eseguita, il contatore avrà cancellato un'unità e non segnerà che $(n – 2)$, e la macchina ordinerà nuovamente al numero b scritto sulla colonna V_2 di moltiplicarsi con il prodotto b^2 sulla colonna V_3, che darà b^3. Allora una nuova unità sarà cancellata dal contatore, e le operazioni indicate si ripeteranno fino a quando il contatore non segnerà che zero. Allora il numero b^n si troverà scritto sulla colonna V_3, e la macchina seguendo il corso delle altre operazioni, ordinerà il prodotto di b^n per a, e il calcolo richiesto sarà stato ottenuto senza che il numero delle schede impiegate debba variare con il valore di n.[g] Se n fosse negativo, le schede, in luogo di ordinare la moltiplicazione di a per b^n, ordineranno la divisione, la qual cosa si può comprendere, poiché ogni numero può essere scritto con il proprio rispettivo segno e reagire in questo modo alla natura delle operazioni da eseguire. Infine se n fosse frazionario e della forma p/q, si utilizzerà una colonna in più per scrivere q, e la macchina farà agire due apparati, uno per elevare b alla potenza n, l'altro per estrarre la radice *q-esima* dal numero così ottenuto.

Si può chiedere, per esempio, di moltiplicare un'espressione della forma $ax^m + bx^n$ per un'altra $Ax^p + Bx^q$, e di ridurre il prodotto ai minimi termini quando gli indici sono uguali. Essendo i due fattori ordinati in rapporto a x, il risultato generale della moltiplicazione sarà $Aax^{m+p} + Abx^{p+n} + aBx^{m+q} + bBx^{n+q}$. Fino a qui l'operazione non presenta alcuna difficoltà; ma supponiamo che sia $m = p$ e $n = q$, e che si desideri ridurre i due termini a uno solo $(Ab + Ba)\, x^{m+q}$. A tal fine le schede potranno ordinare che $m + q$ e $n + p$ siano trasportati nel mulino per essere sottratti l'uno dall'altro; se il resto è nullo, come dovrebbe accadere nell'ipotesi ammessa, il mulino ordinerà alle altre schede di portargli i coefficienti Ab e aB per sommarli insieme, e per dare il coefficiente a un solo termine $x^{n+p} = x^{m+q}$.

Questo esempio ci mostra come le schede possono riprodurre tutte le operazioni che l'intelligenza esegue per arrivare a un risultato determinato, allorquando queste operazioni sono esse stesse suscettibili di essere chiaramente determinate.

Esaminiamo ancora l'espressione seguente:

$$2 \cdot \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10^2 \cdot \ldots\ldots (2n)^2}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 9^2 \cdot \ldots\ldots (2n\text{-}1)^2 (2n\text{-}1)^2}$$

che si sa divenire uguale al rapporto della circonferenza col diametro, quando n è infinito.[h] Si potrebbe chiedere alla macchina non soltanto di eseguire il calcolo di questa espressione frazionaria, ma anche di

[g] Nella nota E aggiunta alla traduzione inglese, Ada Lovelace tratta la complessità dei cicli che L'AE è in grado di eseguire. Parlando dello sviluppo di funzioni tramite serie ricorsive, Ada nota che i termini successivi di tale sviluppo seguono sempre la medesima regola e quindi possono essere calcolati dalla macchina mediante «*un ciclo di un ciclo di un ciclo*, ecc., di operazioni, una, due, tre, fino a n-1 volte, al fine di ottenere la n-esima funzione» (718). Ada precisa che «un ciclo che include n altri cicli, successivamente *contenuti uno dentro l'altro,* è chiamato un ciclo di ordine n+1. Un ciclo può semplicemente *includere* molti altri cicli, ed essere ancora del secondo ordine. Se una serie segue una certa legge per un certo numero di termini, e quindi un'altra legge per un altro numero di termini, ci sarà un ciclo di operazioni per ogni nuova legge; ma questi cicli non saranno *contenuti uno dentro l'altro,* ma semplicemente seguiranno uno dopo l'altro. Quindi il loro numero può essere infinito senza influenzare *l'ordine* di un ciclo che include una ripetizione di una tale serie» (718n). Ada prevede chiaramente la possibilità di cicli annidati e di cicli contenenti al loro interno, in forma non annidata ma successiva, altri cicli. Ada aveva compreso l'importanza delle strutture cicliche, che si prestano a risolvere problemi ricorsivi.

[h] La formula è errata: i fattori al denominatore non devono essere elevati al quadrato. La formula corretta è

indicare immediatamente che il suo valore diviene il medesimo del rapporto della circonferenza col diametro quando *n* è infinito, caso nel quale il calcolo sarebbe impossibile. Osserviamo che si esigerebbe che la macchina interpreti un risultato di per sé non evidente, il che non è per nulla nelle sue capacità, poiché non è per nulla un essere pensante. Comunque una volta che il cos. di n = ∞ è stato calcolato[i], una scheda può ordinare immediatamente la sostituzione del valore di π (π è il rapporto della circonferenza col diametro), senza passare per la serie dei calcoli indicati. Sarà sufficiente che nella macchina ci sia una scheda speciale destinata a formare immediatamente il numero π sulla colonna che le sarà indicata. È il caso quindi di parlare di una terza specie di schede che si possono chiamare *schede dei numeri*. Ci sono certi numeri, quale quello che esprime il rapporto della circonferenza col diametro, i numeri di Bernoulli[j], ecc., che si presentano

---

$$2 \cdot \frac{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10^2 \cdot \ldots\ldots (2n)^2}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \ldots\ldots (2n-1)(2n-1)}$$

In notazione moderna è equivalente a

$$2 \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^2}{(2n-1)(2n-1)}$$

Tale prodotto converge lentamente a π.

[i] Questo passo, che richiede il calcolo del *coseno* di *n*, per *n* (tendente a) infinito, è errato, poiché la funzione *coseno* non ha un limite quando il suo argomento tende a infinito. Probabilmente "cos." è un errore di stampa per "cas". Accettando questa correzione, la frase diventa "Comunque, una volta che il caso di n = ∞ è stato calcolato". Tale frase ha un significato matematico definito, indicando il limite, per *n* tendente a infinito, dell'espressione

$$2 \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)^2}{(2n-1)(2n-1)}$$

Tale limite è π.

[j] Nella nota G aggiunta alla traduzione inglese, Ada Lovelace scrive un programma per il calcolo dei numeri di Bernoulli B_n. La loro definizione è

$$\frac{x}{e^x-1} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{B_1 x^2}{2!} - \frac{B_2 x^4}{4!} + \frac{B_3 x^6}{6!} - \ldots, |x| < 2\pi$$

Talvolta si incontra anche questa formula:

$$\frac{x}{e^x-1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{B_n x^n}{n!}$$

Ada Lovelace utilizza la seguente formula per la definizione dei numeri di Bernoulli:

$$\frac{x}{e^x-1} = \frac{1}{1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots}$$

Attraverso alcuni passi matematici Ada arriva alla seguente formula che, nella nota G, ha il numero (8):

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2n-1}{2n+1} + B_1 \frac{2n}{2} + B_3 \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{4!} + B_5 \frac{2n(2n-1)\ldots(2n-4)}{6!} + \ldots + B_{2n-1}$$

Così Ada commenta la formula (8): «A un'attenta considerazione, ci accorgiamo che noi possiamo derivare da essa i valori numerici di *ogni* Numero di Bernoulli in successione, a partire proprio dal primo, *ad infinitum*, mediante le seguenti serie di calcoli:
1a Serie. – Sia n=1, e si calcoli (8) per questo valore di n. Il risultato è B_1.
2a Serie. – Sia n=2. Si calcoli (8) per questo valore di n, sostituendo il valore di B_1 appena ottenuto. Il risultato è B_3.
3a Serie. – Sia n=3. Si calcoli (8) per questo valore di n, sostituendo i valori di B_1, B_3 prima ottenuti. Il risultato è B_5. E così via, per ogni valore» (726). Rimando a un mio lavoro per l'analisi del programma di Ada Lovelace (*L'alba della programmazione* in *Notiziario d'informatica*, vol. 7, 2004, <http://www.murzim.net/notiziario/040106.htm>). È interessante osservare che Ada non dà alcuna indicazione su come il programma individua la colonna nella quale memorizzare i numeri di Bernoulli. Nel programma di Ada, B_1 è memorizzato in V_{21}, B_2 in V_{22} e così via: B_n è memorizzato nella colonna V_{20+n}, ma questa istruzione non è presente nel programma di Ada. Dietro tale semplice istruzione vi è un concetto che sembra assente sia nell'articolo di Menabrea sia nelle note di Ada: la possibilità di individuare una colonna dati mediante un numero memorizzato in un'altra colonna. I numeri registrati nelle colonne sono interpretati come elementi numerici o simbolici (quando per esempio una cifra è usata per indicare il segno del numero presente nella colonna stessa), ma in nessun caso i due autori considerano la possibilità che essi rappresentino un'altra colonna dati. Nei loro programmi manca l'istruzione che consente l'indirizzamento della memoria mediante riferimento al valore numerico scritto in un'altra locazione di memoria. Menabrea e Ada intuivano la necessità di alcune istruzioni fondamentali come il test, il salto e il ciclo, ma sembra non abbiano compreso l'importanza dell'indirizzamento della memoria tramite una variabile. Contro questa mia interpretazione si può tuttavia osservare che Ada asserisce, riferendosi alle istruzioni presenti nelle righe 21 e 24 del programma che calcola i numeri di Bernoulli:

frequentemente nei calcoli. Per non essere obbligati a calcolarli ogni volta che li si debba impiegare, si può preparare certe schede destinate a fornirli immediatamente al mulino, da dove saranno poi posti nelle colonne del magazzino ove sono destinati. In tal modo, la macchina sarà ancora suscettibile di semplificazioni che si prestano all'impiego delle tavole numeriche. Sarà ugualmente possibile introdurre, per mezzo delle schede, i logaritmi dei numeri; ma questo potrebbe non essere il metodo più conveniente e più veloce, poiché la macchina potrebbe prestarsi ad altre combinazioni più celeri, basate sulla rapidità con la quale esegue le quattro operazioni primitive dell'aritmetica. Per dare un'idea di questa rapidità, sarà sufficiente dire che Mr. Babbage ritiene si possa, per mezzo della sua macchina, fare in *tre minuti* il prodotto di due numeri composti di venti cifre ciascuno.

Forse il numero immenso di schede che esige la soluzione di un problema appena complicato, potrebbe apparire un ostacolo. Ma non sembra dover essere così: il numero delle schede che si possono usare non ha alcun limite. Ci sono alcune stoffe che per essere confezionate richiedono non meno di *ventimila* schede, e questa quantità può essere certamente superata di molto.

Per riassumere quello che si è detto sulla macchina analitica, si può concludere che essa è basata su due principi: il primo, che consiste nel fatto che ogni calcolo aritmetico dipende in definitiva dalle quattro operazioni principali, l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione e la divisione; il secondo, nel fatto che ogni calcolo analitico si può ridurre a calcolare i coefficienti dei differenti termini di una serie. Se quest'ultimo principio è vero, tutte le operazioni dell'analisi sono nel campo d'azione della macchina. Da un altro punto di vista, l'impiego delle schede offre una generalità uguale a quello delle formule algebriche, ossia, nel medesimo modo che una formula di questo tipo indica semplicemente la natura e l'ordine delle operazioni da fare per arrivare a un risultato determinato, le schede non fanno che ordinare alla macchina queste stesse operazioni; ma affinché i meccanismi possano agire, è necessario ancora introdurre in ciascun caso particolare i dati numerici del problema. Quindi una stessa serie di schede servirà per tutti i problemi della stessa natura, ove non si dovrà che cambiare i dati numerici. In questo modo le schede non sono che una traduzione delle formule algebriche, o per meglio dire, un'altra forma di scrittura analitica.

Poiché la macchina ha un modo di operare che le è proprio, in ciascun caso particolare sarà necessario disporre la serie dei calcoli conformemente alla modalità che essa possiede; infatti quella procedura che sarà estremamente facile per un operatore umano, diventerà lunga e complicata per una macchina, e *viceversa*.

Considerata dal punto di vista più generale, essendo l'obiettivo fondamentale della macchina il calcolare, secondo le leggi che le sono imposte, il valore dei coefficienti numerici che essa deve poi distribuire opportunamente sulle colonne che rappresentato le variabili, ne segue che l'interpretazione delle formule e dei risultati è al di fuori delle sue capacità, a meno che questa interpretazione non sia essa stessa suscettibile di essere espressa mediante i simboli di cui essa fa uso. Infatti essa non è per nulla un essere pensante, ma la si può considerare come l'essere che esegue le concezioni dell'intelligenza. Le schede ricevono l'impronta di queste concezioni, e trasmettono ai diversi meccanismi di cui si compone la macchina gli ordini necessari per agire. Una volta che la macchina sarà costruita, la difficoltà si ribalterà dunque sulla produzione delle schede; ma poiché esse non sono che la traduzione delle formule algebriche, mediante semplici notazioni sarà facile affidarne la produzione a un lavoratore. Quindi tutto il lavoro intellettuale si ridurrà alla preparazione delle formule, che dovranno essere adatte a essere calcolate dalla macchina.

Ora, ammettendo che una tale macchina sia costruibile, si potrà domandare quale sarà la sua utilità? In breve, essa presenterà i seguenti vantaggi: 1° Esattezza; si sa che i calcoli numerici sono generalmente lo scoglio della soluzione dei problemi, poiché gli errori si possono verificare facilmente, e non è per niente facile riconoscerli. Ora, la macchina, per la natura stessa del suo modo d'agire, che non richiede assolutamente l'intervento della mano dell'uomo durante il corso delle sue operazioni, presenta ogni specie di garanzia a proposito dell'esattezza; ancora, essa porta con sé stessa il suo proprio controllo, poiché alla fine di ciascuna operazione essa stampa, non soltanto il risultato, ma anche i dati numerici del problema, in

---

«l'Operazione 21 richiede sempre uno dei suoi fattori da una nuova colonna, e l'Operazione 24 mette sempre il proprio risultato in una nuova colonna. Ma poiché queste variazioni seguono la medesima legge a ogni ripetizione (l'Operazione 21 richiedendo sempre il suo fattore da una colonna che precede di *uno* quella usata la volta precedente, e l'Operazione 24 ponendo sempre il proprio risultato nella colonna che precede di *uno* quella che aveva ricevuto il precedente risultato), esse [le variazioni di colonna] possono essere facilmente realizzate nella disposizione del gruppo ricorrente (o ciclo) delle schede delle Variabili» (729-30). In questo passo Ada indica un modo per individuare la colonna variabile sulla quale la macchina opera. Ciò mostra che capiva la necessità d'istruzioni per l'indirizzamento della memoria. La soluzione proposta è tuttavia legata alla particolare disposizione delle colonne delle variabili in questo caso specifico e quindi non generalizzabile (l'offset utilizzato per individuare la colonna dei dati non è una variabile ma è la costante 1).

modo che è facile verificare se il problema è stato posto correttamente. 2° Risparmio di tempo: per convincersene, sarà sufficiente ricordare che una moltiplicazione di due numeri composti ciascuno di 20 cifre richiede tutt'al più tre minuti. Di più, quando si dovrà eseguire una lunga serie di calcoli identici, come quelli richiesti dalla formazione delle tavole numeriche, si potrà mettere in gioco la macchina in modo che fornisca più risultati alla volta, il che abbrevierà di molto l'insieme delle operazioni. 3° Risparmio d'intelligenza: un semplice calcolo aritmetico esige il concorso di una persona avente qualche capacità; quando si passa a calcoli più complicati, e si vuole far uso di formule algebriche in questi casi particolari, sarà necessario possedere conoscenze che presuppongono studi matematici preliminari di qualche estensione. Ora, la macchina, potendo fare essa stessa tutte le operazioni puramente materiali, risparmia il lavoro dell'intelligenza che potrà essere usata più utilmente. La macchina potrà essere considerata come un vero produttore di cifre, che fornirà il proprio aiuto alle scienze e alle arti utili che si appoggiano sui numeri. Ora, chi potrà prevedere le conseguenze d'una tale invenzione?[k] In effetti, molte osservazioni preziose restano inutili al progresso delle scienze, perché non c'è forza sufficiente per calcolare i risultati! Quale scoraggiamento getta la prospettiva di un lungo e arido calcolo nell'animo di un uomo di genio che non chiede che il tempo per meditare e che se lo vede rapito dalle operazioni materiali! E tuttavia non è che per la via laboriosa dell'analisi che si deve arrivare alla verità; ma non la può raggiungere senza essere guidato dai numeri, poiché senza i numeri non è dato poter sollevare il velo che copre i misteri della natura. Quindi il pensiero di produrre uno strumento capace di aiutare la debolezza dell'uomo in queste ricerche, è una concezione che, venendo realizzata, segnerà un'epoca gloriosa nella storia delle scienze. Tutti i pezzi, tutte le ruote che compongono questo immenso apparecchio sono stati combinati, le loro azioni studiate, ma non li si è ancora potuti assemblare. La confidenza che deve ispirare il genio di Mr. Babbage rende legittimo sperare che questa impresa sarà coronata dal successo; nel rendere omaggio all'intelligenza che la dirige, facciamo voti perché una tale opera si compia.

Bibliografia

AA. VV., *Relazioni intorno alla seconda riunione degli scienziati tenuta in Torino nel 1840*, Pompeo Magnaghi, Torino, 1840.

Babbage C., *Passages from the life of a philosopher*, a cura di M. Campbell-Kelly, Pickering & Chatto Ltd, 1994.

Babbage H. P., *Babbage's Analytical Engine* in *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 60 (1910), pp. 517-26.

Boley B. A., *Menabrea, Luigi Federico*, in *Complete dictionary of scientific biography*, Charles Scribner's Sons, 2008, <http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830902903.html>.

Boley B. A., *Castigliano, (Carlo) Alberto*, in *Complete dictionary of scientific biography*, Charles Scribner's Sons, 2008, <http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830900815.html>.

Capecchi D. e Ruta G., *La scienza delle costruzioni in Italia nell'Ottocento*, Springer, Milano, 2011.

Capecchi D. e Ruta G., *Il principio di Menabrea nella meccanica delle strutture elastiche*, in E. Giannetto, G. Giannini e M. Toscano (a cura di), *Intorno a Galileo – La storia della fisica e il punto di svolta galileiano*, Guaraldi, Rimini, 2011, pp. 137-144.

Capone A., *Destra e Sinistra da Cavour a Crispi*, TEA, Milano, 1996.

[k] Chi poté prevedere le conseguenze dell'invenzione del calcolatore fu Ada Lovelace. Mentre per Menabrea la macchina ha l'obiettivo di calcolare rapidamente, in modo da lasciare l'intelligenza libera di dedicarsi a compiti più alti, Ada Lovelace comprende che il calcolatore darà un contributo teorico che influenzerà la scienza. «È probabile – dice Ada nella nota G – che [il calcolatore] eserciti un'influenza *indiretta e reciproca sulla scienza stessa in un'altra maniera*. Infatti, nel modo di distribuire e combinare le verità e le formule dell'analisi affinché diventino più facilmente e rapidamente comprensibili alla macchina, le relazioni e la natura di molti soggetti in questa scienza sono necessariamente posti sotto una nuova luce, e più profondamente investigati» (722, enfasi aggiunta). In effetti, la nascita e la diffusione dei calcolatori sono state accompagnate dallo sviluppo di nuovi settori della matematica, quali la teoria dell'informazione, della complessità, delle macchine di Turing e delle funzioni ricorsive, il *lambda*-calcolo e la cibernetica. I calcolatori, lungi dall'essere solo uno strumento per eseguire rapidamente e con sicurezza calcoli ripetitivi, hanno stimolato lo sviluppo di nuovi settori della matematica, alcuni dei quali, senza i calcolatori, avrebbero uno scarso interesse teorico e pratico. Ciò non significa che queste discipline matematiche siano nate al servizio dei calcolatori: per esempio, la teoria delle funzioni ricorsive, il *lambda*-calcolo e la teoria delle macchine di Turing esistevano prima dello sviluppo dei calcolatori elettronici, ma interessavano solo un ristretto numero di logici e filosofi. Grazie ai calcolatori, sono diventati patrimonio comune di matematici e informatici.

Charlton T. M., *A history of the theory of structures in the nineteenth century*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

Kim E. E. e Alexandra Toole B., *Ada and the first computer* in *Scientific American*, maggio 1999, pp. 76-81.

Menabrea L. F., *Notions sur la machine analytique de M. Charles Babbage* in *Bibliothèque universelle de Genève. Nouvelle série*, vol. 41 (1842), pp. 352-76; tr. inglese di A. Lovelace, *Sketch of the analytical engine by Charles Babbage Esq.* in *Scientific Memoirs*, vol. 3 (1843), pp. 666-731.

Menabrea L. F., *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastique* in *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, Parigi, vol. 46 (1858), pp. 1056-60.

Menabrea L. F., *Sul principio di elasticità* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp. 686-9.

Menabrea L. F., *Extrait de la lettre de M. Bertrand datée de Paris 16 janvier 1869* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp.702-3;

Menabrea L. F., *Extrait de la lettre de M. Yvon Villarceau datée de Paris 9 février 1869* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp., cit., 704-5.

Menabrea L. F., *Nouveau principe sur la distribution des tensions dans les systèmes élastiques – Nuovo principio sulla distribuzione della tensione del sistema elastico* in *Atti della Reale Accademia delle scienze di Torino*, vol. 5 (1869-1870), pp. 706-10.

Menabrea L. F., *Sulla determinazione delle tensioni e delle pressioni ne' sistemi elastici*, in *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, seconda serie, vol. 2 (1875), 201-20.

Murzi M., *L'alba della programmazione* in *Notiziario d'informatica*, vol. 7 (2004) <http://www.murzim.net/notiziario/040106.htm>

Swade D. D., *Redeeming Charles Babbage's mechanical computer* in *Scientific American*, febbraio 1993, pp. 86-91.

Tomlinson C. (a cura di), *Cyclopaedia of useful arts, mechanical and chemical*, voce *Calculating machines*, vol. 1 (1866), pp. 265-72.