ALLA BASE DELLA DINAMICA MODERNA
GLI STUDI SU GIORDANO NEMORARIO E G. B. BENEDETTI

(M.Murzi)

1. NEWTON NEL MEDIOEVO?

Nei suoi studi sulla storia della meccanica Vailati sostenne una tesi che può suscitare qualche giustificata perplessità: Giordano Nemorario avrebbe formulato un postulato equivalente alla seconda legge della dinamica classica già nel XIII secolo nel trattato di statica *De ponderibus*. Questo postulato si riferirebbe

> al rapporto delle velocità assunte in dati intervalli di tempo da un grave che scenda lungo due piani diversamente inclinati [...] secondo il quale le dette velocità stanno tra loro nello stesso rapporto degli sforzi che sarebbe necessario applicare al grave per sostenerlo, quando sia posato in quiete sull'uno o sull'altro dei piani considerati[1].

La diffusione di questo postulato sarebbe stata facilitata dalla pubblicazione del *De ponderibus* a cura di Pietro Apiano (1533) e Nicolò Tartaglia (1565). Giovanni Battista Benedetti lo avrebbe adottato come un postulato fondamentale nel trattato *Diversarum speculationum* (1585). Nella formulazione di Benedetti il postulato affermerebbe che

> a parità di ogni altra condizione, le velocità, assunte in eguali intervalli di tempo da un grave che scenda rispettivamente in due mezzi di differente densità, sono proporzionali agli sforzi che sarebbe necessario applicare al grave stesso per sostenerlo, quando sia immerso nell'uno e nell'altro di detti mezzi [2].

Secondo Vailati i postulati di Giordano e Benedetti sarebbero equivalenti alla seconda legge della dinamica classica:

> il principio che trova espressione in ciascuno dei suddetti postulati costituisce forse la prima proposizione, esattamente vera e quantitativamente definita, che sia stata enunciata come una *legge del moto* [...] tale principio si può considerare come coincidente con quella legge fondamentale della Dinamica, che figura come la seconda nella classica esposizione di Newton[3].

La tesi avanzata da Vailati si compone di tre elementi.

1. Giordano avrebbe formulato un postulato secondo il quale la velocità acquisita in un dato intervallo di tempo da un corpo che scende lungo un piano inclinato è proporzionale allo sforzo impiegato per sostenerlo immobile.
2. Benedetti avrebbe formulato un postulato secondo il quale la velocità acquisita in un dato intervallo di tempo da un corpo che cade in un mezzo è proporzionale allo sforzo impiegato per sostenerlo immobile.
3. I due postulati precedenti sarebbero equivalenti alla seconda legge della dinamica classica formulata da Newton.

---
1 Cfr. G. VAILATI, *Scritti*, Firenze, Successori B. Seeber, 1911, 165.
2 Cfr. *ibidem*, 165.
3 Cfr. *ibidem*, 165.

Qual è la relazione che sussiste tra la seconda legge della dinamica classica e i postulati attribuiti a Giordano e Benedetti? I due postulati sono equivalenti alla seconda legge della dinamica classica, se si ignorano le complicazioni causate dalla circostanza che Giordano e Benedetti parlano di corpi in un mezzo mentre le leggi fondamentali della dinamica si riferiscono a corpi nel vuoto. Infatti, l'intensità della forza applicata a un corpo per sostenerlo immobile è uguale all'intensità della forza di gravità che agisce sul corpo. Una volta rimossa la forza che lo sostiene, il corpo cadrà con una velocità crescente, in funzione del tempo trascorso dall'inizio del moto, proporzionale all'intensità della forza di gravità. La velocità che il corpo acquista in un dato tempo è quindi proporzionale all'intensità della forza necessaria a mantenerlo fermo. Utilizzando alcuni semplici principi di matematica e fisica, si possono svolgere alcune considerazioni più approfondite. Sia m la massa, a l'accelerazione e F la forza applicata. La seconda legge della dinamica classica afferma $F = m \cdot a$, da cui si ricava $a = F/m$. L'accelerazione è la derivata della velocità v rispetto al tempo t e dunque la formula precedente diviene $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = F/m$. Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione per il differenziale $\mathrm{d}t$ del tempo si ottiene $\mathrm{d}v = (F/m)\cdot\mathrm{d}t$. Integrando si ricava $v = (F/m)\cdot t$, che asserisce che la velocità acquisita *in un dato tempo* è proporzionale alla forza costante applicata; questa è la formulazione del principio che Vailati attribuisce a Giordano e Benedetti. La legge di caduta dei gravi afferma $h = ½\cdot a\cdot t^2$ dove h è l'altezza dalla quale il corpo cade; risolvendo rispetto a t si ricava $t = \sqrt{}(2h/a)$. Sostituendo questa relazione nella formula $v = a\cdot t$ si ottiene $v = a\cdot\sqrt{}(2h/a) = \sqrt{}(2ha) = \sqrt{}(2hF/m)$: la velocità acquisita *in un dato spazio* è proporzionale alla radice quadrata della forza costante applicata. Secondo la dinamica classica sussistono due relazioni di proporzionalità tra la velocità e la forza costante applicata: l'una asserisce che la velocità acquisita *in un dato tempo* è proporzionale alla forza costante applicata, l'altra che la velocità acquisita *in un dato spazio* è proporzionale alla radice quadrata della forza costante applicata. Questa distinzione è essenziale per valutare la correttezza delle formulazioni di Giordano e Benedetti, e quindi anche per verificare la fondatezza dell'attribuzione a tali autori di un principio equivalente alla seconda legge della dinamica classica.

2. Il postulato di Giordano Nemorario

Vailati sintetizza il postulato attribuito a Giordano con la frase «graviorum secundum situm velocius descendere»[4] la cui traduzione letterale è «i corpi più gravi secondo il sito scendono più velocemente». Tale frase asserirebbe, a giudizio di Vailati, una relazione di proporzionalità tra la velocità acquisita in un dato tempo da un corpo che scende lungo un piano inclinato e la sua gravità posizionale. Vailati si è espresso in tal senso in diverse occasioni, mostrando una grande fiducia nella propria interpretazione delle teorie di Giordano. Nell'articolo del 1898 *Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi* dichiarava che i postulati di Giordano e Benedetti sono equivalenti alla seconda legge della dinamica. Nel 1905, nella recensione delle *Origini della statica* di Duhem, parlando del concetto di gravità posizionale (*gravitas secundum situm*) attribuito a Giordano, Vailati scriveva:

> L'introduzione di tale concetto [...] permette a Giordano Nemorario l'enunciazione della proposizione di fondamentale importanza: che se due corpi di egual peso si trovano in condizione da avere durante tutto il loro moto una diversa «*gravitas secundum situm*», le velocità, che essi assumono in uno stesso intervallo di tempo cadendo, sono proporzionali alle rispettive «*gravitates secundum situm*». È il caso per esempio di due corpi di peso uguale che rotolino su due piani di diversa inclinazione[5].

4 Cfr. *ibidem*, 165 n.
5 Cfr. *ivi*, 686.

Nel 1907, in *La scoperta della condizione d'equilibrio d'un grave scorrevole lungo un piano inclinato,* a proposito del principio espresso della frase «*gravia secundum situm velocius descendere*», attribuita genericamente agli «scrittori di meccanica della generazione anteriore a Galileo», si esprimeva in questi termini:

> Essa è cioè da riguardare come una enunciazione di quella che, nella trattazione newtoniana della dinamica, figura coma la «seconda legge del moto»[6].

Nel 1908, nell'articolo *A proposito di una recente pubblicazione sulla storia della statica*, si avvale della seguente formulazione, ripresa anche nell'articolo dello stesso anno *Per la preistoria del principio dei movimenti virtuali*:

> Questa frase [...] è piuttosto da riguardare come una delle più antiche forme sotto le quali è stato enunciato il principio della proporzionalità tra le forze (staticamente misurate), agenti per un dato tempo su un dato corpo, e le velocità che questo rispettivamente acquista, in altre parole il principio che, nella trattazione newtoniana, figura indicato come la «seconda legge» della dinamica[7].

Ma chi era Giordano Nemorario?

2.1. Chi era costui?

Le notizie certe su Giordano Nemorario sono pochissime. Visse presumibilmente nel XIII secolo. La sua nazionalità è sconosciuta. È stato talvolta identificato, sulla base di flebili indizi, con Giovanni di Sassonia successore di San Domenico. Il suffisso de Nemore, non presente nei primi manoscritti nei quali l'autore era indicato semplicemente come Jordanus, ha fatto supporre un'origine italiana, assegnando la cittadina di Nemi come luogo di nascita – tesi presumibilmente da scartare. Si è ipotizzato che abbia insegnato a Tolosa o più probabilmente a Parigi. Tra le contrastanti ipotesi avanzate, che dimostrano la scarsità di notizie attendibili, vi sono quelle secondo le quali sarebbe stato un sacerdote, un laico o una donna, un insegnante universitario o una persona estranea all'ambiente universitario. Si conoscono almeno sette trattati attribuiti a Giordano, più altri spuri, nei quali l'autore elabora argomenti matematici e fisici, quali l'esposizione del sistema numerico arabo, la soluzione di equazioni, i principi della statica, le proiezioni cartografiche. Il trattato nel quale, secondo Vailati, sarebbe enunciato il postulato equivalente alla seconda legge della dinamica classica è noto con vari titoli: *De ponderibus*, *De rationi ponderis* o *De ponderositate.* Ne esistono diverse redazioni manoscritte. La più antica edizione a stampa, nella quale sono dimostrate tredici proposizioni, fu pubblicata a Norimberga nel 1533 da Pietro Apiano[8]. Una seconda edizione, contenente quarantatré proposizioni, fu stampata a Venezia nel 1565 da Curzio Traiano[9], sulla base di un manoscritto che Nicolò Tartaglia utilizzò ampiamente, senza tuttavia citarlo, nel trattato *Quesiti et inventioni diverse*[10]. Vailati ipotizzò che il *De ponderibus* non esponesse i risultati di una ricerca originale ma fosse un manuale compilato sulla base di scritti di matematici greci ed ellenistici. Ciò spiegherebbe perché Tartaglia non citò Giordano: non si citano

6 Cfr. *ivi*, 836.
7 Cfr. *ivi*, 836 n.
8 Cfr. P. APIANO, *Liber Iordani Nemorarii viri clarissimi, de ponderibus propositiones XIII*, Norimberga, 1533, senza indicazione dei numeri di pagina.
9 Cfr. N. TARTAGLIA, *Iordani opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum novisque figuris auctum*, Venezia, 1565.
10 Cfr. N. TARTAGLIA, *Quesiti et inventioni diverse*, Venezia, 1546.

gli autori di manuali che riportano idee altrui note agli studiosi. Gli studi più recenti hanno confermato l'intuizione di Vailati sulla provenienza greca del *De ponderibus*, rendendo giustizia alla sua scelta di farne oggetto di analisi nell'articolo *Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria* (1897), dedicato alla storia del principio dei lavori virtuali dal IV secolo a.C. al I secolo d.C., nonostante il manoscritto risalga al XIII secolo. Oggi, pur tra molte incertezze e cautele, si tende a ravvisare l'origine del *De ponderibus* in un testo ellenistico, il *De canonio*, che studia un particolare tipo di bilancia a bracci diseguali, la bilancia romana o stadera. Il *De canonio* fu rielaborato nel trattato *Kitab al-qarastun* del matematico, astronomo e filosofo arabo Thābit ibn Qurra fiorito nel IX secolo. Il *Kitab al-qarastun* fu tradotto in latino da Gherardo da Cremona (XII secolo) con il titolo *Liber karastonis*. In questi trattati si dimostrano alcune proposizioni sulla bilancia romana rimandando, per taluni lemmi non provati, ad anteriori trattati greci perduti. Giordano, nel tentativo di ricostruire le dimostrazioni mancanti, avrebbe composto il manoscritto *Elementa Jordani super demonstrationem ponderum*, che contiene la dimostrazione di nove proposizioni. In seguito Giordano, o qualcuno della sua cerchia, avrebbe esteso gli *Elementa* scrivendo il *Liber de ponderibus* che contiene tredici proposizioni – le nove degli *Elementa* più quattro tratte dal *De canonio.* Tale ricostruzione non è universalmente accettata. È stata formulata l'ipotesi che il *Liber de ponderibus* sia una traduzione di un trattato di statica greco o arabo, da cui Giordano avrebbe tratto una versione ridotta, gli *Elementa.* Esiste un terzo manoscritto, intitolato *De ratione ponderis*, contenente quarantatré proposizioni, che la maggioranza degli studiosi, con l'eccezione di Vailaiti, non attribuisce a Giordano. Vailati attribuisce anche il *De ratione ponderis* a Giordano e considera il *Liber de ponderibus* una versione monca e mutilata del testo originale:

> pare a me più probabile l'ipotesi che la seconda [*De ratione ponderis*] e non la prima [*Liber de ponderibus*] delle dette due redazioni sia quella che più si avvicini alla supposta trattazione primitiva di cui ambedue rappresenterebbero una derivazione, e che tale trattazione primitiva abbia subito, nell'edizione pubblicata a Norimberga [*Liber de ponderibus*] o nei manoscritti che le hanno servito di base, delle mutilazioni che sono andate a colpire proprio alcune delle sue parti più vitali[11].

Per verificare se in qualcuna delle redazioni del *De ponderibus* sia enunciato un postulato equivalente alla seconda legge della dinamica classica, come affermato da Vailati, non è rilevante identificare con certezza il loro autore. Si può quindi lasciare in sospeso l'attribuzione del *De ponderibus* e procedere con l'analisi del suo contenuto.

2.2 I postulati del De Ponderibus

Il *De ponderibus* si apre con l'enunciazione di sette postulati. Nel discuterli utilizzerò principalmente l'edizione di Apiano e la parafrasi di Tartaglia nel libro ottavo dei _Quesiti_; la traduzione dal latino, tra parentesi quadre, è mia. Postulato primo: «Omnis ponderosi motum ad medium esse» [il moto di ogni corpo grave è diretto verso il centro]. La parafrasi di Tartaglia (quesito XXII, petizione prima) precisa che i corpi gravi si muovono in linea retta verso il centro del mondo. Postulato secondo: «Quanto gravius tanto velocius descendere» [un corpo discende tanto più velocemente quanto più è grave]. Il postulato asserisce che un corpo scende (in caduta libera, su un piano inclinato, o sospeso a una bilancia) con una velocità proporzionale alla propria gravità. Tartaglia (quesito XXIII, petizione seconda) propone il seguente esempio esplicativo. Si considerino due bilance uguali. All'estremo di un braccio della prima sia sospeso un peso *A*; l'altro braccio sia vuoto. All'estremo di un braccio della seconda sia sospeso un peso *B* maggiore di *A*; l'altro braccio sia vuoto. Il movimento verso il basso dell'estremo del braccio carico della seconda

11 Cfr. G. Vailati, *Scritti*, cit., 840.

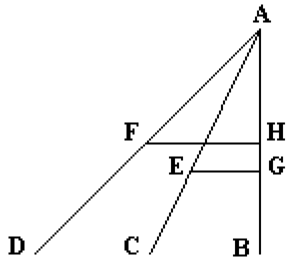

Fig. 1

bilancia (movimento che descrive un arco di circonferenza) è tanto più veloce del movimento verso il basso dell'estremo del braccio carico della prima bilancia quanto maggiore è il rapporto tra i pesi *B* e *A*. Dalle spiegazioni di Tartaglia si comprende che con il termine «gravità» non si intende il peso propriamente detto. La gravità dipende dalla posizione rispetto al fulcro della bilancia o dall'inclinazione del piano, e per questo è simile alla contemporanea nozione di momento. Postulato tre: «Gravius esse in descendendo, quanto eiusdem motus ad medium est rectior» [esercita una gravità maggiore nella discesa quel corpo il cui moto verso il centro è più rettilineo]. Tartaglia (quesito XXIIII, petizione terza) spiega che il postulato confronta le diverse gravità del medesimo corpo quando scende lungo linee diversamente inclinate. Il corpo è più grave quando si muove su una linea perpendicolare; è meno grave (esercita una minore gravità) quanto più la linea che percorre si allontana dalla verticale. Questo postulato è valido anche nel caso del moto di corpi sospesi a una bilancia. Un corpo posto a distanza maggiore dal fulcro è più grave perché l'arco di circonferenza che percorre quando il braccio della bilancia si muove è più simile a una retta verticale. Anche in questo postulato, come nel precedente, si distingue tra il peso e la gravità esercitata in funzione della posizione. Il postulato successivo assegna un nome a questo secondo concetto: gravità posizionale. Postulato quattro: «Secundum situm gravius esse, quanto in eodem situ minus obliquus est descensus» [la gravità posizionale di un corpo è tanto maggiore quanto la sua discesa dalla posizione nella quale si trova è meno obliqua]. La gravità posizionale di un corpo è inversamente proporzionale all'obliquità della linea che il corpo percorre, sia essa una linea retta, come nel caso del moto lungo un piano inclinato, o sia essa un arco di circonferenza, come nel caso del moto di un corpo sospeso a una bilancia. Tartaglia (quesito XXV, petizione quarta) spiega questo postulato dicendo che due corpi sono egualmente gravi, secondo il sito o la posizione, quando le linee che percorrono nella discesa sono egualmente oblique, e che è più grave quel corpo la cui discesa è meno obliqua. Il postulato successivo definisce la misura dell'obliquità. Postulato cinque: «Obliquiorem autem descensum minus capere de directo, in eadem quantitate» [la discesa è più obliqua quando una medesima lunghezza intercetta una minore parte della verticale]. Una linea è più obliqua di un'altra se la proiezione sulla verticale di una sua parte genera un segmento più corto di quello generato dalla proiezione di un'uguale parte della seconda linea. La misura dell'obliquità di una linea è dunque uguale al rapporto tra un segmento qualsiasi della linea e la sua proiezione sulla verticale. Tartaglia (quesito XX, definizione XVII) spiega che se si considerano due piani con diversa inclinazione e si prendono due lunghezze uguali su tali piani, il più obliquo è quello la cui corrispondente discesa verticale è minore. Sui due piani inclinati (fig. 1) AD e AC si considerino due segmenti uguali AF e AE; si traccino le rette FH e EG perpendicolari alla verticale AB. Il piano AD è più obliquo del piano AC perché il segmento AH è minore del segmento AG. L'obliquità di un piano inclinato è misurata dal rapporto tra la lunghezza del piano e la discesa verticale: l'obliquità del piano AD è uguale al rapporto tra AF e AH, e l'obliquità del piano AC è uguale al rapporto tra AE e AG. In termini moderni, l'obliquità di un piano inclinato è uguale all'inverso del seno dell'angolo compreso tra il piano e il suolo, cioè è uguale alla cosecante dell'inclinazione: l'obliquità del piano AD è uguale alla cosecante dell'angolo AFH, e l'obliquità del piano AC è uguale alla cosecante dell'angolo AEG. Postulato sei: «Minus grave aliud alio esse secundum situm, quanto descensus alterius consequitur contrario motu» [di due corpi ha una minore gravità posizionale quello che sale in conseguenza della discesa dell'altro]. Commenta Tartaglia (quesito XXVI, petizione quinta): di due corpi sospesi a una bilancia, il meno grave è quello che sale mentre l'altro scende. In altri termini, se sospendiamo due corpi ai due bracci opposti di una bilancia, allora quello che scende ha la gravità posizionale maggiore, anche se l'altro può essere in assoluto più pesante. Per quanto il commento di Tartaglia si riferisca alla bilancia, questo postulato può trovare applicazione anche nel caso di due corpi di peso diverso, posti su due piani diversamente inclinati, collegati tra loro tramite una fune in modo tale che l'uno funga da contrappeso all'altro. Il corpo più leggero può sollevare l'altro più pesante, se si muove su un piano inclinato meno obliquo, in modo da avere un vantaggio in termini di gravità posizionale. Postulato sette: «Situm aequalitatis esse aequidistantiam superficiei orizontis» [Due luoghi sono equivalenti (ai fini della gravità posizionale) quando sono alla medesima distanza dalla superficie dell'orizzonte]. Nell'edizione curata da Tartaglia questo postulato compare in una formulazione più corretta: «Situm aequalitatis esse aequalitatem angulorum circa perpendiculum, sive rectitudinem angulorum, sive aeque distantiam regulae superficiei Orizontis»[12] [due luoghi – sottinteso: posti su due piani inclinati – sono equivalenti (ai fini della gravità posizionale) quando i piani che passano per essi formano il medesimo angolo con la verticale, o quando le aste (della bilancia) sono equidistanti dalla superficie dell'orizzonte]. La formulazione di Tartaglia specifica che due luoghi su due piani inclinati sono equivalenti nel caso in cui le linee per le quali i corpi scendono da tali luoghi formano angoli uguali con la verticale. Tale formulazione permette immediatamente di concludere che la gravità posizionale di un corpo è la medesima qualunque sia la sua posizione su un piano inclinato; infatti, presi due punti qualsiasi su un piano inclinato, anche ad altezze diverse, gli angoli formati dalle linee lungo le quali i corpi scendono sono i medesimi.

2.3 La seconda legge della dinamica

I due elementi fondamentali introdotti nei sette postulati del *De ponderibus* sono il concetto di gravità posizionale e la misura dell'obliquità di un piano inclinato. La gravità posizionale corrisponde all'incirca al moderno concetto di momento, nel caso di un corpo posto sul braccio di una bilancia a una data distanza dal fulcro, o alla componente del peso parallela al piano, nel caso di un corpo vincolato a muoversi su un piano inclinato. La misura dell'obliquità della linea lungo la quale un corpo si muove è data dal rapporto tra un qualsiasi segmento preso sulla linea e la corrispondente proiezione sulla verticale, ovvero è uguale al rapporto tra lo spazio percorso e la discesa verticale. In termini moderni, tale rapporto è uguale all'inverso del seno dell'inclinazione del piano. Il postulato che più si avvicina alla formulazione di un principio equivalente alla seconda legge della dinamica è il secondo: «Quanto gravius tanto velocius descendere» [un corpo discende tanto più velocemente quanto più è grave]. Questo postulato non è una semplice riproposizione della teoria aristotelica che la velocità di caduta di un corpo dipende dal suo peso. Siamo invece di fronte alla tesi, obiettivamente più consona allo spirito della dinamica moderna, che la velocità di un corpo è proporzionale alla propria gravità posizionale. La gravità posizionale di un corpo posto su un piano inclinato è proporzionale all'inverso dell'obliquità del piano. L'obliquità di un piano è misurata dal rapporto tra la lunghezza del piano e la discesa verticale. Quindi la velocità di un corpo che scende su un piano inclinato è proporzionale all'inverso del rapporto tra la lunghezza del piano e la discesa verticale. In termini moderni, la velocità di un corpo che scende lungo un piano inclinato è proporzionale al seno dell'inclinazione del piano, cioè è proporzionale alla componente parallela al piano della forza di gravità. Non è questa la corretta formulazione della seconda legge della dinamica? Vailati ritiene di sì. Quando vuol sintetizzare il principio che attribuisce a Giordano, utilizza la frase «Graviorum secundum situ velocius descendere»[13] [i corpi che esercitano una maggiore gravità posizionale scendono più velocemente], chiaramente ispirato al secondo postulato. Questo principio, la cui formulazione letterale non è presente né nel *De ponderibus* né nei *Quesiti*, esprime perfettamente il senso fisico complessivo dei sette postulati. Esiste tuttavia un problema interpretativo, dovuto al fatto che il principio corretto è: la velocità acquisita *in un dato tempo* è proporzionale alla componente parallela al piano della forza applicata. Sorge quindi

12 Cfr. N. Tartaglia, *Iordani opusculum de ponderositate*, cit., 3.
13 Cfr. G. Vailati, *Scritti*, cit., 165 n.

spontanea la domanda: di quale velocità tratta il postulato di Giordano? Vailati risponde implicitamente che Giordano si riferiva alla velocità acquisita in un dato tempo. Vailati, infatti, parla del «rapporto delle velocità assunte in dati intervalli di tempo», chiarisce che le velocità sono «assunte in eguali intervalli di tempo» e che le forze sono «agenti per un dato tempo su un dato corpo»[14]. Ma Giordano intendeva proprio riferirsi alla velocità acquisita in un dato tempo?

2.4 Velocità, spazio, tempo

Nel clima scientifico dell'epoca è verosimile che Giordano non distinguesse la velocità acquisita in un dato spazio dalla velocità acquisita in un dato tempo. Aristotele aveva asserito che la velocità di un corpo cresce con l'avvicinarsi del corpo alla propria meta[15]; ciò suggeriva di misurare l'incremento della velocità in funzione dello spazio da percorrere e non in funzione del tempo trascorso dall'inizio del moto. Leonardo da Vinci affermò correttamente che nel moto di caduta un grave acquista un grado di velocità in più per ogni grado di tempo trascorso, asserendo che se il tempo trascorso è doppio anche la velocità acquisita è doppia; tuttavia aveva sostenuto la proporzionalità tra velocità acquisita e spazio percorso, confondendo l'acquisto di velocità in un dato tempo con l'acquisto di velocità in un dato spazio. Benedetti, nel suo tentativo di sostituire la teoria aristotelica del moto con la propria teoria dell'*impetus*, sostenne che Aristotele non avrebbe dovuto dire che un corpo è tanto più veloce quanto più si avvicina alla propria meta, bensì che è tanto più veloce quanto più si allontana dal punto di origine del moto. Gli incrementi di velocità devono essere misurati in funzione dello spazio percorso e non in funzione del tempo trascorso. Galileo, nel suo primo tentativo di individuare un principio fisico generale dal quale derivare la legge della caduta dei corpi, ipotizzò – probabilmente seguendo proprio il suggerimento di Benedetti – che la velocità di caduta aumentasse in modo proporzionale allo spazio percorso; solo in un secondo momento rintracciò il principio corretto che l'acquisto di velocità è proporzionale al tempo trascorso. Alla luce di questi esempi, appare probabile che Giordano non si rendesse conto della differenza che esiste tra la velocità acquisita in un dato tempo e la velocità acquisita in un dato spazio. I due concetti erano indifferenziati e, prima di Galileo, a nessuno sarebbe venuto in mente che la velocità acquisita in un dato tempo fosse qualcosa di profondamente diverso dalla velocità acquisita in un dato spazio. Come rileva Koyré

> che cosa c'è di più naturale dell'ammettere un rapporto tra la variazione dell'altezza [di un corpo che cade] e l'aumento della velocità, di porre la velocità come funzione dell'altezza, di ammettere anzi una rigida proporzionalità? [...] E, in rapporto a questo modo di vedere, forse l'idea di far dipendere la velocità con la quale un corpo che cade percorre lo spazio che attraversa, non da questo spazio, ma dal tempo che impiegherà a percorrerlo, dal tempo che, visibilmente, è esso stesso funzione della velocità, non apparirebbe poco naturale e anche estremamente, e inutilmente, complicata[16]?

Mi sembra verosimile che Giordano sia caduto nella stessa confusione che affligge Leonardo da Vinci, Benedetti, e i primi tentativi di Galileo, non distinguendo la velocità acquisita in un dato tempo dalla velocità acquisita in un dato spazio. Esiste anche un'altra possibile interpretazione. L'esperienza insegna che la velocità di un corpo che cade in un mezzo inizialmente aumenta ma, dopo un tempo solitamente breve, diviene costante. Trascurando la breve fase di accelerazione, si osserva che un corpo che cade in un mezzo si muove con velocità costante. Forse Giordano si riferiva proprio a questa velocità costante. In tale caso il suo postulato avrebbe significato che la

14 Le prime due citazioni sono a pagina 165, la terza nella nota 1 di pagina 836 degli *Scritti*.

15 Cfr. Aristotele, *De caelo*, I, 8, 277a-277b. Traduzione di O. Longo, in *Opere*, vol. 3, Roma-Bari, Laterza, 2007.

16 Cfr. A. Koyré, *Etudes galiléennes*, Paris; Hermann, 1966. Traduzione di M. Torrini, *Studi galileiani*, Einaudi, Torino, 1976, 95.

velocità costante che un corpo acquisisce cadendo in un mezzo è proporzionale alla gravità posizionale. Quest'affermazione è errata e per nulla equivalente alla seconda legge della dinamica. A quale velocità intendeva dunque riferirsi Giordano? Non troveremo la risposta analizzando i postulati da lui enunciati. Le formulazioni sono poco chiare e i commenti di Apiano e Tartaglia non gettano alcuna luce su questo problema. Rivolgiamoci dunque ai teoremi dimostrati nel trattato per verificare se possano essere di aiuto.

2.5 I teoremi del De ponderibus

Le due versioni a stampa curate da Apiano e Tartaglia differiscono in maniera essenziale, sia nel numero delle proposizioni dimostrate (tredici nella prima versione, quarantatré nella seconda), sia nei commenti alle proposizioni comuni, sia nel contenuto – solo la seconda versione riporta i teoremi riguardanti l'equilibrio su un piano inclinato, probabilmente il principale risultato conseguito nel trattato. La prima proposizione dell'edizione di Apiano afferma che il rapporto tra le velocità di due corpi gravi qualsiasi è uguale al rapporto tra i loro pesi.

> Inter quaelibet duo gravia est velocitas descendendo proprie, et ponderum eodem ordine sumpta proportio, descensus autem, et contrarii motus, proportio eadem, sed permutata [Il rapporto tra la velocità propria di discesa di due qualsiasi corpi gravi è uguale al rapporto dei pesi, e nel moto contrario il rapporto è il medesimo, ma in ordine inverso].

A una prima lettura questa proposizione sembrerebbe asserire un principio tradizionale della filosofia aristotelica: la velocità di caduta di un corpo è proporzionale al suo peso. In realtà l'ampio commento, che occupa poco più di tre pagine, fa emergere un significato diverso. Il commento spiega che la proposizione non asserisce un rapporto di proporzionalità tra le velocità di caduta e i pesi ma tra le velocità virtuali e le gravità posizionali dei corpi sospesi ai bracci di una bilancia. La velocità virtuale è la velocità che un corpo sperimenterebbe nel caso di uno spostamento (infinitesimo) dei bracci dalla posizione di equilibrio. Si considerino due corpi sospesi ai bracci di una bilancia. Il corpo più pesante scende descrivendo un arco di circonferenza avente come raggio la distanza dal fulcro, mentre l'altro corpo sale descrivendo anch'esso un arco di circonferenza avente per raggio la distanza dal fulcro. Se i due corpi hanno il medesimo peso, il rapporto tra le loro gravità posizionali è uguale al rapporto tra le velocità con le quali descrivono i rispettivi archi di circonferenza, che dipende solamente dalla distanza dal fulcro: il rapporto tra le gravità di due corpi ugualmente pesanti sospesi ai bracci della bilancia è uguale al rapporto tra le loro distanze dal fulcro. Il principio corrispondente alla proposizione prima può essere così parafrasato in italiano: il rapporto tra le velocità virtuali di due corpi in equilibrio su una bilancia (per estensione si può pensare che il principio valga anche per un piano inclinato) è proporzionale al rapporto delle loro gravità posizionali. Tenuto conto della definizione di gravità posizionale (postulato quarto) e del modo di misurare l'obliquità (postulato quinto), l'affermazione precedente diventa: il rapporto tra le velocità virtuali di due corpi in equilibrio su una bilancia (o su un piano inclinato) è proporzionale al rapporto delle componenti della forza parallele alla direzione del moto. L'incremento di velocità è misurato rispetto al tempo trascorso o allo spazio percorso? Per asserire il principio corretto è necessario specificare che la velocità acquisita *in un dato tempo* è proporzionale alla componente, parallela alla direzione del moto, della forza applicata. La posizione dell'autore del commento alla proposizione prima è ambigua. Penso che l'autore del commento non avesse presente la distinzione tra la velocità acquisita in un dato tempo e quella acquisita in un dato spazio. L'autore del commento, per spiegare che non si deve intendere la proposizione prima come se affermasse che lo spazio percorso da un corpo che cade è proporzionale al peso del corpo – si deve invece considerare la gravità posizionale del corpo sospeso alla bilancia – afferma che l'autore del trattato non asserisce che un corpo che cade percorre nel medesimo tempo un spazio proporzionale al proprio peso. La proposizione va invece intesa, secondo il commentatore, in questi termini: un corpo su una bilancia si muove nel medesimo tempo in ragione della propria gravità posizionale. Quindi, a una gravità posizionale doppia corrisponde uno spazio percorso, a parità di tempo, doppio. Questa affermazione è corretta: lo spazio percorso raddoppia, a parità di tempo, quando la forza applicata raddoppia. Infatti, lo spazio s percorso nel moto uniformemente accelerato dipende dal tempo trascorso t e dalla forza applicata F, che determina un'accelerazione a proporzionale a F, secondo la relazione $s = ½·a·t^2$. Quindi, se raddoppia la forza F applicata, raddoppia anche l'accelerazione a e, a parità di tempo, lo spazio s percorso raddoppia. Purtroppo è possibile ricavare questa affermazione anche partendo dal principio errato che la velocità aumenta in maniera proporzionale allo spazio percorso. Ragionando intuitivamente, si può credere che la velocità acquisita in un dato spazio raddoppi quando raddoppia la forza applicata; da qui dedurre che, essendo doppia la velocità, anche lo spazio percorso in un dato tempo è doppio. L'errore consiste nel passare, in maniera tanto naturale quanto scorretta, dall'aumento di velocità in un dato punto della traiettoria all'aumento di velocità nell'istante di tempo corrispondente, usando l'intuizione che a ogni punto dello spazio percorso corrisponde un istante di tempo trascorso[17]. L'edizione di Tartaglia è più stringata; manca il commento presente in Apiano e la formulazione della proposizione prima è più breve e incompleta: «Inter quaelibet gravia est virtutis, et ponderis eodem ordine sumpta proportio» [Il rapporto tra la virtù (capacità di muovere) di due corpi qualsiasi è uguale al rapporto tra il peso]. Nel commento si legge «quanta enim virtus ponderosi tanta descendendi velocitas» [quant'è la virtù della pesantezza tant'è la velocità della discesa]. Tale frase esprime la relazione di proporzionalità tra la velocità del corpo e la gravità posizionale. Nulla si dice circa l'eventuale relazione di proporzionalità rispetto al tempo trascorso o allo spazio percorso. Nei *Quesiti* il principio è formulato in diverse proposizioni. Tartaglia asserisce (quesito XXVIII, proposizione I):

> La proportione della grandezza di corpi de un medesimo genere, et quella della lor potentia, è una medesima.

La proposizione afferma che, dati due corpi del medesimo materiale, aventi quindi la medesima densità, il rapporto che sussiste tra le loro dimensioni è il medesimo delle loro potenze (gravità posizionali). La proposizione successiva (quesito XIXX, proposizione II) afferma:

> La proportione della potentia di corpi gravi de uno medesimo genere, et quella della lor velocità (nelli descensi) se conclude esser una medesima, anchor quella, delli lor moto contrarii, (cioè delli lor ascensi) se conclude esser la medesima, ma transmutativamente.

Il commento studia il caso dei corpi posti su una bilancia, anche se il testo è meno incisivo dell'edizione di Apiano. Mentre nell'edizione di Apiano si parla del moto virtuale di corpi gravi in equilibrio su una bilancia, nei *Quesiti* il riferimento all'equilibrio della bilancia è scomparso e si parla genericamente della capacità di un corpo sospeso a un braccio della bilancia di sollevare l'altro corpo. Le velocità virtuali sono accuratamente evitate. Continua Tartaglia (quesito XXX, proposizione III):

> Se saranno dui corpi simplicemente equali di gravità, ma inequali per vigor del sito, over positione la proportione della lor potentia, et quella della lor velocità necessariamente sarà una medesima.

17 Cfr. *ivi*, 93.

Tartaglia introduce in questo passo la nozione di gravità posizionale. Per corpi di uguale gravità complessiva posti a distanze diverse dal fulcro di una bilancia, il rapporto tra le gravità posizionali è uguale al rapporto tra le distanze dal fulcro. Tartaglia prosegue studiando alcune condizioni di equilibrio della bilancia ma non chiarisce se la velocità acquisita sia proporzionale al tempo trascorso o allo spazio percorso. Per quanto il testo di Tartaglia nei *Quesiti* sia più ampio del commento di Apiano, l'impressione complessiva è che sia meno incisivo e che la nozione di velocità virtuale sia evitata. La seconda proposizione afferma che una bilancia in equilibrio rimarrà in perenne equilibrio; inoltre, se l'equilibrio è disturbato, per esempio alzando un piatto della bilancia con una mano, la bilancia tornerà in equilibrio spontaneamente. La terza proposizione dell'edizione di Apiano (corrispondente alla quarta dell'edizione di Tartaglia) afferma che la lunghezza dei fili ai quali sono sospesi due corpi gravi è ininfluente ai fini dell'equilibrio di una bilancia. Se due corpi di egual gravità posizionale sono sospesi agli estremi di una bilancia, la bilancia rimane in equilibrio, anche se un corpo è sospeso a un filo più corto e l'altro corpo è sospeso a un filo più lungo. La proposizione è vera, anche se intuitivamente si è portati a credere che il corpo più in basso, sospeso al filo più lungo, sia in grado di vincere la resistenza offerta dal corpo più in alto, sospeso al filo più corto. Il filo al quale sono sospesi i corpi è un filo ideale di massa nulla. L'esperienza comune non conferma questa proposizione della statica perché i fili reali hanno una massa non nulla. Ciò va a maggior merito di chi ha intuito la verità di questa proposizione contraddetta dall'esperienza quotidiana. La quarta proposizione dell'edizione di Apiano (corrispondente alla terza dell'edizione di Tartaglia) afferma che se un corpo sospeso a una bilancia scende allora la sua gravità posizionale è minore di quella del corpo sospeso all'altro estremo. La quinta proposizione asserisce che in una bilancia a bracci diseguali, alla quale sono sospesi corpi uguali, il braccio più lungo si muove verso il basso perché il corpo ivi sospeso ha una gravità posizionale maggiore. Il commento nell'edizione di Tartaglia dedica a questa proposizione solo dodici righe. Nell'edizione di Apiano il commento occupa poco più di cinque pagine fitte di richiami agli *Elementi* di Euclide per dimostrare, in modo matematicamente ineccepibile, questa evidente verità. La sesta e la settima proposizione dell'edizione di Apiano non hanno equivalenti nell'edizione di Tartaglia. La sesta afferma che, se due corpi sospesi in punti diversi di una bilancia sono in equilibrio (la loro gravità posizionale è quindi la medesima) e uno di essi è spostato più vicino al fulcro, quest'ultimo diventa meno grave. Il significato della settima proposizione è alquanto oscuro. Se ho ben inteso, tale proposizione ci invita a considerare una bilancia a bracci uguali, ai cui estremi sono sospesi due pesi egualmente gravi, tramite due appendici, una mobile che può ruotare intorno all'estremo del braccio, l'altra fissa che forma un angolo retto con il braccio. Il peso collegato all'appendice mobile ha una maggiore gravità posizionale. In questa formulazione la proposizione è falsa. Tuttavia, come suggerisce il commento, se consideriamo un piccolo spostamento dei bracci tale da provocare l'abbassamento dell'estremo al quale è collegata l'appendice fissa, il peso qui sospeso si muoverà più vicino alla perpendicolare che passa per il fulcro della bilancia mentre l'altro peso, per effetto del movimento del braccio mobile che resta perpendicolare al suolo, rimarrà alla medesima distanza di prima. In questo caso il corpo sospeso all'appendice mobile ha una gravità posizionale maggiore. È dunque vero che, per piccoli (infinitesimi) spostamenti della bilancia che alterano l'equilibrio facendo scendere l'estremo al quale è sospeso il peso rigidamente collegato, l'equilibrio si rompe a favore del corpo sospeso all'appendice mobile. La proposizione descrive quindi un caso di equilibrio instabile. È comprensibile la difficoltà che ha avuto l'autore nell'esporre un caso nel quale l'equilibrio è alterato in maniera irreversibile da spostamenti infinitesimi. L'ottava proposizione dell'edizione di Apiano, corrispondente alla sesta dell'edizione di Tartaglia, afferma che se le lunghezze dei bracci di una bilancia sono proporzionali ai pesi sospesi, e il peso maggiore è sospeso all'estremo del braccio più corto, allora la bilancia è in equilibrio. La nona proposizione dell'edizione di Apiano, corrispondente alla settima dell'edizione di Tartaglia, afferma che se due corpi solidi sono sospesi agli estremi dei bracci di una bilancia in modo tale che i rispettivi baricentri siano equidistanti dal fulcro, allora la bilancia è in equilibrio. Il teorema è enunciato in un caso particolare, nel quale due solidi eguali sono sospesi, l'uno in orizzontale e l'altro in verticale. Nei *Quesiti* Tartaglia estende questo teorema al caso di vari pesi sospesi a punti diversi dei bracci di una bilancia (fig. 2): l'equilibrio si raggiunge quando i baricentri dei sistemi di pesi sono equidistanti dal fulcro della bilancia. I quattro ultimi teoremi dell'edizione di Apiano, dalla proposizione dieci alla tredici, si riferiscono alla stadera e non sono interessanti per i nostri obiettivi. L'edizione di Tartaglia prosegue enunciando altri teoremi, alcuni dei quali sotto forma di problemi nei quali si richiede di determinare una certa grandezza (il peso di un corpo, la lunghezza di un braccio di una bilancia) conoscendo le altre variabili. I teoremi più interessanti sono enunciati nella proposizione ottava, nona e decima. La proposizione ottava dell'edizione di Tartaglia concerne una bilancia con bracci mobili intorno al fulcro; se gli estremi dei bracci, ai quali sono sospesi pesi eguali, si accostano alla perpendicolare in modo eguale allora la bilancia è in equilibrio, cioè i pesi hanno la medesima gravità posizionale.

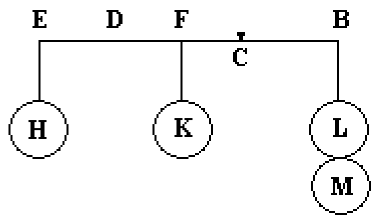

Fig. 2

> Si inaequalia fuerint brachia librae, et in centro motus angulum fecerint: si termini eorum ad directionem hinc inde aequaliter accesserint: aequalia appensa in hac dispositione aequaliter ponderabunt [Se i bracci di una bilancia sono diseguali, e formano un angolo nel fulcro (cioè, sono inclinati verso il basso); se i loro estremi si avvicinano egualmente alla verticale che passa per il fulcro; corpi eguali sospesi in tale assetto pesano in modo eguale].

Tale proposizione afferma che la gravità posizionale di un corpo sospeso a una bilancia dipende dalla distanza orizzontale dalla retta verticale che passa per il fulcro della bilancia. La lunghezza del braccio, come pure la sua altezza, sono indifferenti. La dimostrazione, afflitta da frequenti errori di stampa, è accompagnata da alcune figure, una delle quali riveste un particolare interesse (fig. 3). In essa sono disegnati i due bracci della bilancia inclinati verso il basso, in modo tale che l'immagine prodotta è simile a quella che illustrerebbe due piani diversamente inclinati. Forse la somiglianza è puramente casuale ma è comunque interessante notare due aspetti particolari. Il primo aspetto riguarda il fatto che le successive due proposizioni, la nove e la dieci, trattano proprio di piani inclinati. Il secondo aspetto è che Galileo risolse il problema dei piani inclinati riducendolo a quello di una bilancia a bracci eguali in cui un braccio ruota intorno al fulcro assumendo posizioni sempre più vicine alla verticale: la gravità del peso sospeso all'estremo mobile diminuisce mentre il braccio ruota, nella stessa misura in cui la gravità diminuisce quando il corpo giace su piani aventi un'inclinazione decrescente. Forse Galileo è stato influenzato dalla figura che accompagna la dimostrazione dell'ottava proposizione del *De ponderibus* nell'edizione curata da Tartaglia? La nona proposizione dell'edizione di Tartaglia enuncia il significato profondo del precedente teorema: in una bilancia il peso agisce in funzione della distanza dalla perpendicolare che passa per il fulcro; quindi due corpi che hanno peso uguale e che si trovano alla medesima distanza dalla perpendicolare che passa per il fulcro hanno la medesima gravità posizionale. Il teorema è formulato in maniera più generale e nella dimostrazione si fa esplicito riferimento ai piani inclinati. Il rapporto tra la lunghezza di un qualunque segmento preso su una linea inclinata (o su un piano inclinato) e la sua corrispondente proiezione sulla verticale è chiamato declinazione della linea (o del piano). Per due piani inclinati aventi la medesima altezza ma differenti inclinazioni, il rapporto

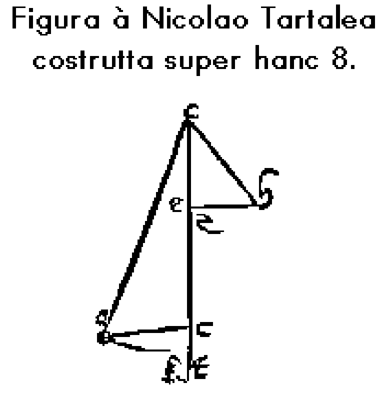

Fig. 3

tra le declinazioni è uguale al rapporto tra le lunghezze dei piani. La misura della declinazione di un piano inclinato è data dal rapporto tra la lunghezza del piano e la sua altezza; tale rapporto corrisponde, in termini moderni, all'inverso del seno dell'angolo che il piano forma con il suolo. La decima proposizione dell'edizione di Tartaglia completa l'analisi del piano inclinato. Si considerino due corpi posti su due piani con diversa inclinazione: se il rapporto delle declinazioni dei piani è uguale al rapporto tra i pesi dei corpi, la gravità posizionale sarà la medesima. Questo teorema stabilisce correttamente, per la prima volta nella storia della statica, la dipendenza tra l'inclinazione di un piano e la componente del peso parallela al piano ed enuncia la condizione di equilibrio di due corpi diversi, posti su due piani diversamente inclinati, che si fanno da contrappeso.

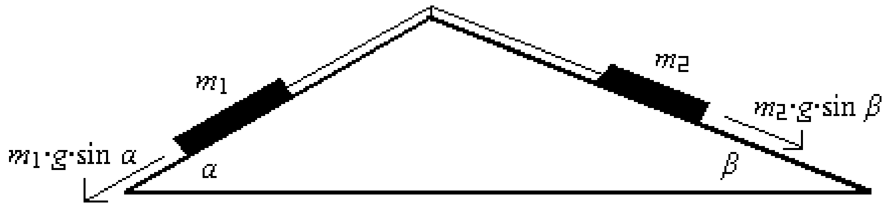

Fig. 4

Si considerino due piani aventi rispettivamente inclinazione α e β sui quali sono posti due corpi di massa m_1 e m_2 rispettivamente (fig. 4). In quale condizione le due masse esercitano la stessa forza e quindi, se fossero collegate tramite una fune rigida di massa trascurabile, sarebbero in equilibrio? Secondo la meccanica classica, le componenti parallele al piano sono rispettivamente $m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha$ e $m_2 \cdot g \cdot \sin \beta$, dove g è l'accelerazione dovuta alla gravità, e si ha equilibrio quando $m_1 \cdot \sin \alpha = m_2 \cdot \sin \beta$; dividendo entrambi i membri per m_1 si ricava $m_1/m_2 \cdot \sin \alpha = \sin \beta$, cioè $m_1/m_2 = \sin \beta / \sin \alpha = \operatorname{cosec} \alpha / \operatorname{cosec} \beta$. Quindi, secondo la meccanica classica, affinché i due corpi siano in equilibrio, è necessario e sufficiente che il rapporto tra le loro masse sia uguale al rapporto tra le declinazioni dei piani.

2.6 Un commento ai teoremi del De ponderibus

I due teoremi più interessanti esposti nel *De ponderibus* sono enunciati nella proposizione prima, presente sia nell'edizione di Apiano sia nell'edizione di Tartaglia, e nella proposizione decima della sola edizione di Tartaglia. Entrambi i teoremi possono essere considerati dei legittimi candidati al ruolo di un principio equivalente alla seconda legge della dinamica classica. La proposizione prima afferma che il rapporto tra le velocità di due corpi che cadono è uguale al rapporto tra le rispettive gravità posizionali. Se tale proposizione si riferisse alla velocità acquisita *in un dato tempo*, allora sarebbe equivalente alla seconda legge della dinamica; se invece si riferisse alla velocità acquisita *in un dato spazio*, non sarebbe equivalente alla seconda legge della dinamica. Il senso generale che emerge dalla lettura dei commenti alle proposizioni è che l'autore del commento ritiene che lo spazio percorso sia proporzionale alla velocità e quindi alla gravità posizionale: un corpo percorre nel medesimo tempo uno spazio proporzionale alla propria gravità posizionale. Si può tentare di esprimere questa asserzione nel linguaggio contemporaneo della dinamica classica. Sia s_0 lo spazio percorso in certo tempo t_0 da un corpo A che scende su un piano inclinato; sia p la gravità posizionale di A. I due teoremi espressi nella proposizione prima e decima asseriscono $s_0 = k \cdot p$, per una opportuna costante k. Come si misura p nel caso del piano inclinato? Sia β l'inclinazione del piano; p è proporzionale al seno di β: $\mathrm{p} = h \cdot \sin \beta$, per un'opportuna costante h. Quindi vale la seguente relazione: $s_0 = k \cdot h \cdot \sin \beta = c \cdot \sin \beta$, per un'opportuna costante c. Questa relazione è corretta anche secondo la dinamica classica: l'accelerazione a con cui un corpo scende sul piano inclinato è proporzionale al seno dell'inclinazione β ($a = g \cdot \sin \beta$) e lo spazio s_0 percorso in un certo tempo t_0 è proporzionale all'accelerazione a ($s_0 = ½ \cdot a \cdot t_0^2$); quindi lo spazio percorso in un dato tempo è proporzionale al seno dell'inclinazione ($s_0 = ½·g·\sin\beta·t_0^2$). La domanda che emerge è: cosa succederebbe se si considera un tempo doppio? Secondo l'autore lo spazio raddoppierebbe? O diventerebbe quattro volte maggiore, come vuole la dinamica classica? L'autore non si pone il quesito. La questione che rimane in sospeso è sempre la stessa: la velocità aumenta proporzionalmente al tempo trascorso o allo spazio percorso? Non si trova alcun indizio nel testo. In mancanza di queste informazioni non si può determinare se l'autore intendesse parlare della velocità acquisita in un dato tempo o di quella acquisita in un dato spazio.

3. Il postulato di Benedetti

Il lavoro che Vailati ha dedicato a Benedetti è stato letto il 27 marzo 1898 nell'Adunanza della Reale Accademia delle Scienze di Torino ed è apparso nel volume XXXIII degli Atti dell'Accademia con il titolo *Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi*; è stato ristampato nel volume degli *Scritti* pubblicato postumo nel 1911.

3.1. Benedetti

Giovanni Battista Benedetti nacque a Venezia nel 1530 da una ricca famiglia che gli garantiva l'indipendenza economica. Sostenitore della teoria copernicana, si interessò di filosofia, di geometria e di problemi meccanici legati al moto dei corpi pur non frequentando studi regolari. Fu matematico presso la corte del Duca di Parma; nel 1567, invitato da Emanuele Filiberto Duca di Savoia, si trasferì a Torino, dove rimase fino alla morte nel 1590. Scrisse diversi trattati. *Resolutio omnium Euclidis problematum* (Venezia, 1553) sulla risoluzione di problemi geometrici con l'ausilio del compasso. Contiene alcuni cenni sulle idee di Benedetti riguardanti il moto dei corpi. *Demonstratio proportionum motuum localium contra Aristotelem et omnes philosophos* (Venezia, 1554) ove critica la teoria aristotelica che la velocità di caduta è direttamente proporzionale al peso del corpo e inversamente proporzionale alla densità del mezzo. La teoria aristotelica è respinta mediante l'applicazione del principio di Archimede dell'idrostatica (un corpo immerso in un mezzo riceve una spinta verso l'alto pari al peso del mezzo spostato). Benedetti afferma che due corpi della stessa materia cadono nel vuoto con la medesima velocità indipendentemente dalla differenza di peso. Il trattato fu oggetto di plagio da parte di Johannes Taisnerius che lo pubblicò come proprio contribuendo involontariamente alla sua diffusione. *Diversarum speculationum mathematicarum, et physicarum liber* (Torino, 1585) che espone le più mature teorie di Benedetti sul moto dei corpi gravi.

3.2. L'interpretazione di Vailati

Il merito maggiore di Benedetti consiste, secondo Vailati,

> nell'avere, forse per il primo, avuto chiara coscienza, oltre che dell'insufficienza radicale e dei difetti irrimediabili delle teorie universalmente accettate sull'autorità di Aristotele, anche della direzione in cui si doveva procedere, e in cui si è più tardi effettivamente proceduto, per foggiarne altre migliori e degne di essere messe al posto di quelle[18].

Vailati sottolinea che per rinunciare ad una teoria scientifica non è sufficiente dimostrarne la

18 Cfr. G. Vailati, *Scritti*, cit., 161.

fallacia ma è anche necessario elaborare una teoria alternativa capace di soddisfare ad «analoghi bisogni ed analoghe esigenze»[19]. L'aspetto più originale del pensiero di Benedetti è di aver posto le basi di una teoria che riconduce i fenomeni del moto a principi generali ignorati dalle precedenti teorie di derivazione aristotelica. Benedetti confuta la teoria che la velocità di caduta di un grave è direttamente proporzionale al suo peso e inversamente proporzionale alla densità del mezzo. Tale teoria deriva da alcune osservazioni di Aristotele contenute nella *Physica* e nel *De caelo*. Aristotele asserì, nella *Physica*, una relazione di proporzionalità inversa tra la velocità di un corpo e la densità del mezzo.

> Sia, dunque, il corpo A spostato attraverso la grandezza B in un tempo Γ e attraverso la grandezza Δ, che è più sottile, in un tempo E: se la lunghezza di B e quella di Δ sono uguali, il tempo sarà proporzionato alla resistenza del corpo che fa d'attrito. Siano, infatti, B acqua e Δ aria: di quanto l'aria è più leggera e più incorporea dell'acqua, di tanto A passerà più velocemente attraverso Δ che attraverso B. Vi sarà, dunque, tra velocità e velocità la medesima proporzione che intercorre tra l'aria e l'acqua; sicché, se la sottigliezza è doppia, il corpo percorrerà la grandezza B in un tempo doppio che la grandezza Δ e, quindi, il tempo Γ sarà doppio del tempo E[20].

Nel *De caelo* Aristotele sostenne che la velocità di un grave che cade è proporzionale al suo peso.

> Se un dato peso percorre un dato spazio in un dato tempo, un peso eguale al primo più qualcosa lo farà in un tempo minore, e la proporzione che c'è tra i pesi si ripeterà, nel rapporto inverso, per i tempi; ad esempio, se metà del peso si muove in un dato tempo, un peso doppio del primo si muoverà nella metà di quel tempo[21].

Vailati asserisce che Benedetti utilizzò due principi fondamentali per confutare tale teoria: il principio dell'idrostatica di Archimede e il postulato che le velocità assunte da un medesimo corpo che cade in due mezzi diversi per lo stesso tempo sono direttamente proporzionali agli sforzi necessari per sostenere il corpo immobile nei due mezzi. A sostegno di questa interpretazione Vailati cita un passo del *Diversarum speculationum* nel quale Benedetti afferma che la velocità di caduta di un corpo che si muove in mezzi diversi è proporzionale al peso del medesimo corpo in quei mezzi.

> velocitatem motus naturalis alicuius corporis gravis, in diversis mediis, proportionatam esse ponderibus eiusdem corporis in iisdem mediis. [La velocità del moto naturale di un qualsiasi corpo grave, in mezzi diversi, è proporzionale ai pesi del medesimo corpo nei medesimi mezzi][22].

3.3 Il peso residuo

L'interpretazione della teoria di Benedetti dipende dal significato attribuito al termine «ponderibus» impiegato nel postulato. L'interpretazione letterale del testo che attribuisce a

---

19 Cfr. *ivi*, 162.

20 Cfr. Aristotele, *Physica*, IV, 8, 215b1-215b10 (traduzione di A. Russo in Aristotele, *Opere*, vol. 3, Roma-Bari, Laterza, 2007, 92-93).

21 Cfr. Aristotele, *De caelo*, I, 6, 273b30-274a2 (traduzione di O. Longo, in *Opere*, vol. 3, Roma-Bari, Laterza, 2007, 255-256).

22 Cfr. G. Vailati, *Scritti*, 165. Nella copia del trattato di Benedetti da me consultata il testo è «Aliud quoque supponendum est, velocitatem scilicet motus naturalis alicuius corporis gravis, in diversis mediis, proportionatam esse ponderi eiusdem corporis in iisdem mediis». I. B. Benedicti (Giovanni Battista Benedetti), *Diversarum speculationum mathematicarum, et physicarum liber*, Torino, 1585, 169. Per «moto naturale» (*motus naturalis*) si intende il moto di caduta libera.

«ponderibus» il significato di «pesi» deve essere sicuramente scartata, come correttamente osservato da Vailati. L'interpretazione letterale renderebbe la teoria del moto di Benedetti una semplice riproposizione di quella di Aristotele, e le continue critiche di Benedetti ad Aristotele non avrebbero alcun senso. Per Vailati «ponderibus» significa gli «sforzi che sarebbe necessario applicare al grave per sostenerlo»[23]. A mio giudizio l'interpretazione più corretta di «ponderibus» è «pesi residui». Quali sono gli elementi a sostegno dell'interpretazione di «ponderibus» come «pesi residui»? Per Aristotele il peso di un corpo è una proprietà intrinseca e invariante (una caratteristica che lo avvicina al concetto di massa della fisica classica) mentre per Benedetti il peso di un corpo è una proprietà derivata e dipendente dal mezzo nel quale il corpo si trova. Nella teoria aristotelica il peso di un corpo non dipende dal mezzo nel quale si muove. Tuttavia l'osservazione insegna che la velocità del corpo è influenzata dal mezzo. È quindi necessario introdurre un altro elemento che faccia dipendere la velocità del corpo dal mezzo: tale elemento è identificato con la densità del mezzo. La teoria aristotelica asserisce che la velocità di un corpo che cade in un mezzo è direttamente proporzionale al peso del corpo e inversamente proporzionale alla densità del mezzo. Il peso del corpo e la densità del mezzo compaiono entrambi esplicitamente come elementi che determinano la velocità di caduta. Nella teoria di Benedetti la densità del mezzo influenza la velocità di caduta non direttamente, come nella formulazione aristotelica, bensì indirettamente, tramite l'effetto che il mezzo esercita sul corpo secondo il principio dell'idrostatica di Archimede; per questo la densità del mezzo non compare esplicitamente nella formula che esprime la velocità di caduta. La velocità di un corpo che cade in un mezzo dipende solo dal suo peso nel mezzo, che in genere è differente dal suo peso totale (solo nel caso in cui il mezzo è il vuoto le due quantità coincidono). Il peso di un corpo in un mezzo si ottiene sottraendo dal peso totale del corpo il peso del mezzo spostato dal corpo; questo è il suo «peso residuo». Tale interpretazione è coerente con l'esempio, riportato anche da Vailati in una lunga citazione[24], nel quale Benedetti illustra la relazione tra il peso di un corpo, la sua velocità di caduta e la densità del mezzo. Immergiamo un corpo che abbia un determinato peso totale, ad esempio A, in un mezzo. Per effetto della spinta che il corpo riceve dal mezzo spostato il suo peso diminuirà di una quantità E. Il peso del corpo nel mezzo sarà dunque $A - E$. Se immergiamo il corpo in un altro mezzo di diversa densità il suo peso diminuirà di una quantità U diversa da E. Il peso risultante nel secondo mezzo sarà $A - U$, diverso da $A - E$. Il rapporto tra le velocità del corpo nei due mezzi sarà, conclude Benedetti, uguale al rapporto tra $A - U$ e $A - E$. Tale rapporto in generale è diverso dal rapporto tra U ed E, come invece asserito da Aristotele. Per Benedetti la velocità di caduta di un corpo in un mezzo è direttamente proporzionale alla differenza tra il peso totale del corpo e il peso del mezzo spostato; è quindi uguale al peso residuo del corpo. Il termine «ponderibus» può dunque essere interpretato, coerentemente con gli esempi proposti da Benedetti stesso, nel senso di «pesi residui». Contrariamente a quanto ipotizzato da Vailati, il principio formulato da Benedetti ha questo significato: la velocità del moto naturale (vale a dire, del moto di caduta) di un qualsiasi corpo grave, in mezzi diversi, è proporzionale ai pesi residui (*ponderibus*) del medesimo corpo nei medesimi mezzi. La nozione di peso residuo utilizzata da Benedetti è quindi diversa dalla nozione di gravità posizionale utilizzata nel *De ponderibus*. È invece una nozione di derivazione archimedea, che ebbe una grande importanza per lo sviluppo della meccanica – basti solo pensare al ruolo svolto nella rivalutazione del vuoto come il solo luogo nel quale si manifestano le vere leggi del moto. Tuttavia, mentre la nozione di gravità posizionale può figurare a buon diritto in una formulazione corretta di un principio equivalente alla seconda legge del moto, ciò non è possibile per la nozione di peso residuo.

---

23 Cfr. G. VAILATI, *Scritti*, cit., 165.
24 Cfr. *ivi*, 166 (cfr. G. B. BENEDETTI, *Diversarum speculationum*, cit., 170).

3.4. Il De motu *di Galileo*

La precedente interpretazione del postulato di Benedetti è avvalorata dall'analisi del trattato galileiano *De motu*, nel quale Galileo espone fedelmente le teorie di Benedetti pur non citandolo. Galileo afferma che la velocità di caduta di un corpo in un mezzo è proporzionale all'eccesso di gravità del corpo rispetto al mezzo:

> manifestum igitur est [...] quod celeritas mobilis *a* in medis *b* ad celeritatem mobilis eiusdem in medio *d* erit sicut excessus gravitatis ipsius *a* super gravitatem ipsius *b* ad excessus gravitatis ipsius *a* super gravitatem *d* [è dunque manifesto ... che la velocità del corpo *a* nel mezzo *b* sta alla velocità del medesimo corpo nel mezzo *d* come l'eccesso di gravità dello stesso *a* rispetto la gravità di *b* sta all'eccesso di gravità dello stesso *a* rispetto la gravità di *d*][25].

Galileo espone alcuni esempi per chiarire la relazione che intercorre tra la velocità di caduta di un grave e l'eccesso di gravità rispetto al mezzo. In uno di essi[26] considera un corpo *a* di gravità 20 e due mezzi, indicati con *x* e *y*, le cui gravità sono rispettivamente 12 e 6. La velocità di caduta di *a* nel mezzo *x* sta alla velocità di caduta di *a* nel mezzo *y* come 20-12 (l'eccesso di gravità di *a* rispetto al mezzo *x*) sta a 20-6 (l'eccesso di gravità di *a* rispetto al mezzo *y*). In un altro esempio[27] si prendono in considerazione due corpi di egual mole e di diversa gravità, l'uno con gravità 8, l'altro con gravità 6, che cadono in un mezzo con gravità 4. Il rapporto tra le velocità di caduta dei due corpi nel medesimo mezzo è uguale al rapporto tra 8-4 (l'eccesso di gravità del primo corpo rispetto al mezzo) e 6-4 (l'eccesso di gravità del secondo corpo rispetto al mezzo). Il rapporto tra le velocità di caduta di due corpi nel medesimo mezzo, o del medesimo corpo in due mezzi diversi, è uguale al rapporto tra i pesi residui, dove il peso residuo – indicato nella terminologia galileiana come l'eccesso di gravità (*excessus gravitatis*) – è uguale alla differenza tra il peso totale del corpo e il peso del mezzo spostato, in accordo al principio dell'idrostatica di Archimede. La velocità di un corpo che cade in un mezzo non è dunque inversamente proporzionale alla densità del mezzo, come sostenuto da Aristotele, bensì è proporzionale alla differenza di gravità tra il corpo e il mezzo. Anche nel galileiano *De motu* la nozione di eccesso di gravità di un corpo rispetto al mezzo – che esprime nella terminologia di Galileo la stessa nozione resa da Benedetti con il termine *ponderibus* – è sostanzialmente differente dalla nozione di gravità posizionale.

3.5. La legge della caduta dei gravi

Il postulato che Vailati attribuisce a Benedetti ha un'interessante relazione con la legge della caduta dei gravi che collega lo spazio percorso con il quadrato del tempo trascorso. Se esprimiamo la seconda legge della dinamica usando la velocità v come variabile indipendente otteniamo $v = (F/m) \cdot t$. Questa formula, che asserisce che la velocità acquisita in un dato tempo è proporzionale alla forza costante applicata, è l'espressione matematica moderna del presunto postulato di Benedetti. Integrando l'equazione si ottiene la nota legge $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, che esprime la relazione tra lo spazio percorso da un corpo che cade e il tempo trascorso dall'inizio della caduta. I passaggi matematici sono i seguenti: da $v = (F/m) \cdot t$ si ottiene, tenuto conto che la velocità è la derivata dello spazio rispetto al tempo, la formula $\mathrm{d}s/\mathrm{d}t = (F/m) \cdot t$; moltiplicando entrambi i membri per $\mathrm{d}t$ si ha $\mathrm{d}s = (F/m) \cdot t \cdot \mathrm{d}t$. Integrando la formula precedente si ricava $s = \frac{1}{2} \cdot (F/m) \cdot t^2$; infine, poiché $(F/m) = a$, si deduce $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Galileo, dopo aver tale scoperto per via sperimentale la legge $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, cercò di

25 Cfr. G. Galilei, *De motu*, in *Opere*, a cura di A. Favaro, Firenze, Barbera editore, ristampa del 1929-1939, vol. 1, 279.
26 Cfr. *ivi*, 276-284.
27 Cfr. *ivi*, 262-273.

dimostrarla matematicamente derivandola da un principio più generale da lui inizialmente identificato con il postulato (errato) che la velocità di caduta di un grave aumenta in modo proporzionale allo spazio percorso. Galileo riconobbe più tardi il suo errore e sostituì tale postulato con quello che la velocità di caduta di un grave aumenta in modo proporzionale al tempo trascorso. È probabile che nella ricerca di un principio dal quale derivare la legge della caduta dei gravi Galileo sia stato indirizzato sulla strada errata da un passo del *Diversarum speculationum* nel quale Benedetti afferma che la velocità di un grave in caduta libera aumenta con l'allontanamento dal punto di origine del moto. Benedetti pone questa tesi in esplicito contrasto con quella aristotelica, secondo la quale la velocità aumenterebbe con l'avvicinamento del corpo alla propria meta.

> Aristoto[teles] 8 cap. primi lib. de coelo, dicere non deberet quod quanto proprius accedit corpus ad terminum ad quem, tanto magis sit velox, sed potius, quod quanto longius distat a termino a quo, tanto velocius existit [Aristotele, nell'ottavo capitolo del primo libro del *De caelo*, non avrebbe dovuto dire che quanto più un corpo si avvicina alla meta, tanto più è veloce, ma meglio, che quanto più lontano dista dall'origine, tanto più è veloce][28].

Sull'origine dell'errore di Galileo e sull'influenza avuta da Benedetti rimando all'esaustivo studio di Koyré[29]. Il punto che vorrei evidenziare è che all'inizio della sua ricerca Galileo non ha utilizzato il presunto postulato di Benedetti per dimostrare la legge della caduta dei gravi ma si è basato su un principio diverso e scorretto. Perché Galileo ha formulato un postulato errato dal quale, con una sottile quanto fallace dimostrazione, ha dedotto la formula corretta? Perché solo in un secondo tempo Galileo ha individuato il postulato esatto, che fa dipendere la velocità acquisita dal tempo trascorso e non dallo spazio percorso? Se Benedetti avesse formulato il postulato corretto, Galileo avrebbe quantomeno dovuto conoscerlo, e lo avrebbe potuto impiegare sin dall'inizio della propria ricerca. Una possibile spiegazione è che Galileo potrebbe non essersi reso conto della connessione tra il postulato di Benedetti e la legge della caduta dei gravi. La facilità con la quale oggi si può dedurre la seconda dal primo è ingannevole. Ai tempi di Galileo le operazioni di integrazione erano risolte riducendole al calcolo di aree di superfici formate da infiniti segmenti. I calcoli così condotti erano soggetti a errori concettuali che ne inficiavano la validità. Quindi è possibile che Galileo non abbia visto la relazione matematica esistente tra il postulato di Benedetti e la legge della caduta dei gravi. È però possibile anche un'altra spiegazione più semplice e diretta: Benedetti non formulò il postulato che Vailati gli attribuisce. Non sarebbe stato possibile per Galileo prendere in considerazione l'uso di tale postulato sin dall'inizio della propria ricerca, per il semplice fatto che il postulato non era stato ancora formulato. Alla luce di questi fatti l'interpretazione avanzata da Vailati sembra troppo ottimistica: il trattato *Diversarum speculationum* di Benedetti non contiene un postulato equivalente alla seconda legge della dinamica classica.

4. La storia della scienza

Mauro De Zan osserva che nella maggior parte dei lavori dedicati all'opera di Vailati

---

28 Cfr. G. B. Benedetti, *Diversarum speculationum*, 184. Nell'ottavo capitolo del primo libro del *De caelo* Aristotele dimostra che la pluralità dei mondi è impossibile. Il passo al quale si riferisce Benedetti è probabilmente il seguente: «Prova che il loro movimento non va all'infinito è anche il fatto che si muovono tanto più velocemente, la terra quanto più è vicina al centro, il fuoco quanto più è vicino alla regione superiore» (*De caelo*, I, 8, 277a27-30, tr. it. cit., 264). Confutando la filosofia atomista, che faceva muovere i corpi per costrizione o espulsione, Aristotele asserisce: «E non si muoverebbero più velocemente in prossimità della meta, se il moto fosse provocato da costrizione o espulsione» (*De caelo*, I, 8, 277b5, tr. it. cit., 264), sostenendo implicitamente che i corpi si muovono più velocemente in prossimità della meta.

29 Cfr. A. Koyré, *Etudes galiléennes*, cit., 85 e seguenti.

> non vengono presi in considerazione gli studi estremamente accurati che Vailati dedicò a momenti e questioni di particolare importanza per la comprensione della storia della scienza, in particolare alla storia della meccanica … [È da] augurarsi che questa parte non secondaria della produzione di Vailati sia oggetto di studi specifici o, perlomeno, sia ricordata e utilizzata dagli storici della scienza[30].

Uno degli obiettivi del presente lavoro è stato di portare all'attenzione degli studiosi una particolare tesi storica di Vailati, concernente un postulato che sarebbe stato enunciato nel XIII secolo nel *De ponderibus* di Giordano Nemorario e che sarebbe equivalente alla seconda legge della dinamica classica. Tale postulato, secondo Vailati, sarebbe stato a conoscenza degli studiosi di meccanica medievali e rinascimentali, attraverso le due edizioni a stampa del *De ponderibus* curate da Apiano e Tartaglia, le *Questioni* dello stesso Tartaglia, e il trattato *Diversarum speculationum* di Benedetti. Il postulato, espresso nel linguaggio della fisica classica contemporanea, asserirebbe che la velocità acquisita in un dato tempo da un corpo che scende lungo un piano inclinato è proporzionale alla componente parallela al piano della forza costante applicata al corpo. L'analisi dei testi permette di concludere che negli scritti di Benedetti non compare alcuna traccia di un tale postulato. L'asserzione che Vailati identifica come espressione di questo principio è in realtà spiegabile con riferimento alla tradizione archimedea. Si è visto che il termine *ponderibus* – da Vailati interpretato come un riferimento alla forza applicata al corpo per sostenerlo – si riferisce al peso residuo del corpo nel mezzo. A favore di questa interpretazione parlano sia il *De motu* galileiano, sia il fatto che Galileo non abbia utilizzato questo presunto postulato sin dall'inizio della propria ricerca di un principio generale dal quale derivare la legge della caduta dei gravi. Al contrario, sembra che l'influsso di Benedetti possa aver ritardato la ricerca galileiana, indirizzandola verso una soluzione errata. Più complesso è il caso di Giordano Nemorario. Il *De ponderibus* contiene almeno due teoremi d'interesse storico. Uno di essi concerne la condizione di equilibrio su un piano inclinato: il rapporto tra un peso e la forza necessaria per sostenerlo immobile è uguale al rapporto tra la lunghezza del piano e la sua altezza. L'altro teorema afferma che il rapporto tra le velocità acquisite da due corpi è uguale al rapporto tra le rispettive gravità posizionali. Il contributo del *De ponderibus* alla soluzione del problema dell'equilibrio su un piano inclinato è ormai universalmente accettato. Il punto sul quale rimane aperta la discussione riguarda l'influenza che la dimostrazione presentata nel *De ponderibus* potrebbe avere avuto su Galileo. Recentemente Egidio Festa e Sophie Roux hanno argomentato, in modo assai convincente, che il metodo adottato da Galileo per la soluzione del problema è originale e indipendente dalla dimostrazione contenuta nel *De ponderibus*[31]. Secondo gli autori, la dimostrazione di Giordano riconduce il piano inclinato alla bilancia, utilizzando il metodo degli spostamenti verticali (una forma immatura del principio dei lavori virtuali). Al contrario, il metodo impiegato da Galileo utilizza una bilancia a bracci mobili intorno al fulcro: la variazione dell'inclinazione di un braccio della bilancia corrisponde alla variazione della forza alla quale è soggetto un corpo posto su un piano di inclinazione variabile. Il lavoro di Festa e Roux è d'indubbio valore. Tuttavia è almeno curioso che, nell'edizione del *De ponderibus* di Tartaglia, lo studio della bilancia a bracci mobili preceda immediatamente lo studio del piano inclinato, e sia accompagnato da una figura che rappresenta una bilancia i cui bracci inclinati sembrano due piani inclinati. Forse Galileo è stato influenzato da questo (voluto?) collegamento tra la bilancia a bracci mobili e i piani inclinati. È questo un aspetto che meriterebbe ulteriori approfondimenti. L'altro teorema del *De ponderibus*, concernente la proporzionalità tra la velocità acquisita e la forza impressa, è solitamente ignorato dagli storici. L'ipotesi di Vailati, che il *De ponderibus* contenga un principio equivalente alla seconda legge della dinamica classica, è apparentemente dimenticata. Eppure tale ipotesi ha un preciso fondamento nel primo teorema

30 Cfr. M. De Zan, *La formazione di Giovanni Vailati*, Tesi di dottorato di ricerca in discipline storico-filosofiche, A.A. 2003-2006, Università degli Studi di Lecce, 32.

31 Cfr. E. Festa e S. Roux, *The enigma of the inclined plane from Heron to Galileo*, in W. R. Laid e S. Roux (a cura di), *Mechanics and natural philosophy before the scientific revolutions*, Springer, 2008, 195-220.

enunciato nel *De ponderibus*: il rapporto tra le velocità di due corpi gravi qualsiasi è uguale al rapporto tra i loro pesi – dove per peso non si deve intendere il peso propriamente detto ma la gravità posizionale. La formulazione del teorema è infelice e fuorviante; tuttavia sia il commento sia il resto del trattato mostrano chiaramente che l'autore intendeva riferirsi alla gravità posizionale. La misura della gravità posizionale – o della declinazione, il termine usato da Tartaglia nei *Quesiti* – è corretta, anche alla luce della dinamica classica: la gravità posizionale è inversamente proporzionale al rapporto tra lunghezza del piano e la discesa verticale. L'incertezza maggiore che affligge l'ipotesi di Vailati concerne l'assenza nel *De ponderibus* di qualsiasi riferimento alla distinzione tra la velocità acquisita in un dato tempo e la velocità acquisita in un dato spazio. In mancanza di una tale distinzione non si può considerare il postulato di Giordano equivalente alla seconda legge della dinamica. Non ho trovato alcun indizio che chiarisca se qualcuno tra gli autori che hanno contribuito alle diverse redazioni del *De ponderibus* avesse chiara – o almeno presagisse – una tale distinzione. Un altro aspetto della ricostruzione storica di Vailati meriterebbe maggiore attenzione. Vailati era convinto che il *De ponderibus* non fosse una ricerca originale ma una compilazione di teoremi provenienti da trattati greci o ellenistici. Egli riteneva che già nel pensiero greco classico fossero presenti i germi della moderna dinamica classica. In una lettera indirizzata allo storico e filologo danese Johan Ludvig Heiberg – lo scopritore del trattato di Archimede *Il metodo* – Vailati attribuì ad Aristotele la prima rudimentale formulazione del principio dei lavori virtuali:

> E' in Aristotele e non in Archimede che si trovano i primi tentativi di determinare la *dipendenza* tra le *relazioni che legano le forze* che si fanno equilibrio attraverso un meccanismo (engine) e le r*elazioni tra le ampiezze e direzioni compatibili dei movimenti* dei punti a cui esse sono applicate: ivi è il primo germe del principio fondamentale della statica moderna, il principio dei *lavori virtuali*[32].

A proposito della tendenza di Vailati di ascrivere ai pensatori greci classici, e in particolare ad Aristotele, i primi germi di alcune idee che sono alla base della dinamica classica, è interessante quanto scrisse il chimico e storico della scienza Emil Wohlwill, noto per i suoi studi su Galileo, in una lettera indirizzata a Vailati, in risposta ad una comunicazione del 20 luglio 1898:

> Per quanto riguarda il nesso da Lei supposto con le idee di Aristotele, ammetto di nutrire in qualche misura istintivamente un atteggiamento scettico nei confronti di tale ipotesi. [...] Nella sua affermazione sull'aumento della velocità di caduta con l'avvicinamento al centro mi pare che Aristotele non abbia altra intenzione se non quella di fondare *del tutto in generale* l'aumento della velocità dei corpi in caduta in accordo con la sua dottrina del movimento naturale come movimento verso il luogo naturale. [...] Io riterrei che non sia nemmeno permesso derivare dalle parole di Aristotele che il suo punto di vista corrisponda a uguale avvicinamento uguale aumento della velocità[33].

Non si conosce il testo della lettera inviata da Vailati a Wohlwill, il cui contenuto può solo in parte essere ricostruito dalla risposta di Wohlwill. Vailati ipotizzava un nesso tra le idee di Aristotele e quelle di Galileo. Aristotele, secondo Vailati, avrebbe inteso asserire che la velocità acquisita da un corpo in caduta libera dipende soltanto dall'altezza dalla quale cade; questo principio ha un ruolo fondamentale nella fisica galileiana. Wohlwill si mostrò scettico nei confronti della tesi di Vailati. È opportuno precisare che Vailati non era alla ricerca dei precursori delle idee che sono alla base della scienza moderna. A lui era estraneo sia il tentativo di individuare questo o quel pensatore come la sorgente prima di importanti idee scientifiche, sia il tentativo – tuttora presente in alcune ricerche

32 Cfr. M. De Zan, *I carteggi europei di Vailati*, in "Annuario del Centro Studi Vailati – 2004", 19-52. La lettera, datata 28 febbraio 1897, è pubblicata alle pagine 31-32.
33 Cfr. *ivi*. La lettera, datata 4 settembre 1898, è pubblicata alle pagine 38-42; la traduzione italiana è di Paola Cantù.

storiche – di valorizzare taluni pensatori per fini nazionalistici o propagandistici. Vailati riteneva che lo studio attento e non celebrativo della storia della scienza fosse vitale per una corretta comprensione dei concetti impiegati nelle discipline scientifiche. In tale ottica, i suoi studi sulla storia della meccanica possono essere valutati come un tentativo di ricostruire il lento percorso che ha portato alla chiarificazione di alcuni concetti fondamentali – come la distinzione tra massa e peso, o tra peso e gravità posizionale – e che ha contribuito alla formulazione delle prime leggi della dinamica classica. Questo attento lavoro storico permette anche di valutare, con maggior consapevolezza, alcune concezioni filosofiche concernenti lo status delle asserzioni scientifiche.

> Per arrivare a negare l'apriorità delle leggi della meccanica, Vailati […] osserva come queste leggi furono a lungo ignorate, e la scoperta di esse fu molto contrastata avvenendo dopo una lunga lotta contro rappresentazioni ormai inveterate, e perciò anche i principi della meccanica sarebbero soltanto dei modelli astratti, costruiti dalle menti degli scienziati, e non avrebbero alcun carattere permanente[34].

L'antidoto più efficace contro le varie tendenze dell'apriorismo è senza dubbio la ricerca storica: si scoprirà che concetti ora considerati necessari ed evidenti, e talvolta persino suscettibili di una presunta dimostrazione a priori, sono stati accettati dopo un percorso tortuoso, lento, pieno di ostacoli e obiezioni che oggi appaiono assurde e incomprensibili. La limpida verità di molte asserzioni è solo il frutto della tendenza a non considerare la loro storia. Si tende a dimenticare che ci fu un tempo in cui certe verità evidenti erano considerate falsità indiscutibili. Si tende a dimenticare che ci sarà un tempo nel quale le attuali verità saranno considerate al più come rozze approssimazioni e talvolta come appariscenti errori.

5. Appendice

Le tabelle seguenti riportano i postulati e i principali teoremi enunciati nelle diverse versioni del *De ponderibus*. I testi sono estratti dall'edizione di Apiano (1533), dall'edizione di Tartaglia (1565) e dalla parafrasi del libro ottavo dei *Quesiti et inventioni diverse* di Tartaglia (1546).

I postulati del *De ponderibus*		
Edizione Apiano, 1533	Edizione Tartaglia, 1565	*Quesiti et inventioni*, libro ottavo, 1546
Suppositio prima. Omnis ponderosi motum ad medium esse.	Suppositio prima. Omnis ponderosi motum esse ad medium virtutemque ipsius esse potentia ad inferiora tendendi virtutem ipsius, sive potentia possumus intelligere longitudinem brachij librae, aut velociter eius quem probatur ex longitudine brachij librae, et motui contrario resistendi.	Quesito XXII. Petizione prima. Il movimento naturale de ogni corpo ponderoso, e grave sia rettamente verso il centro del mondo.
Secunda. Quanto gravius tanto velocius descendere.	Secunda. Quod gravius est velocius descendere.	Quesito XXIII. Petizione seconda. Quel corpo ch'è di maggior potentia debbia anchora discendere più velocemente, et nelli moti contrarii, cioè nelli ascensi, ascendere più pigramente.
Terzia. Gravius esse in descendendo, quanto eiusdem motus ad medium est rectior.	Terzia. Gravius esse in descendendo quanto eiusdem motus ad medium rectior.	Quesito XXIIII. Petizione terza. Un corpo grave esser in el descendere tanto più grave quanto che il moto di quello è più retto al centro del mondo.

34 Cfr. A. Risi, *Giovanni Vailati antikantiano e antimetafisico*, in "Annuario del Centro Studi Vailati – 2004", 89-105, 96.

I postulati del *De ponderibus*		
Edizione Apiano, 1533	Edizione Tartaglia, 1565	*Quesiti et inventioni*, libro ottavo, 1546
Quarta. Secundum situm gravius esse, quanto in eodem situ minus obliquus est descensus.	Quarta. Secundum situm gravius esse cuius in eodem situ minus obliquus descensus.	Quesito XXV. Petizione quarta. Quelli corpi esser egualmente gravi, secondo el sito, over positione quando che li lor descensi in tai siti sono egualmente obliqui, et più grave esser quello che nel suo sito, over luoco dive se riposa, over giace ha il descenso manco obliquo.
Quinta. Obliquiorem autem descensum minus capere de directo, in eadem quantitate.	Quinta. Obliquiorem autem descensum in eadem quantitate minus capere de directo.	Quesito XX. Definizione XVII. Più obliquo se dice esser quel descenso, dun corpo grave, el quale in una medesima quantità, capisse manco della linea della direttione, overamente del descenso retto verso il centro del mondo.
Sexta. Minus grave aliud alio esse secundum situm, quanto descensus alterius consequitur contrario motu.	Sexta. Minus grave aliud alio secundum situm, quod descensum alterius sequitur contrario motu.	Quesito XXVI. Petizione quinta. Quel corpo esser men grave dun altro secondo el sito, over luoco, quando che per el descenso di quello altro, nel altro brazzo della libra in lui seguita il moto contrario, cioè che da lui vien ellevato in suso verso il cielo, et e converso.
Septima. Situm aequalitatis esse aequidistantiam superficiei orizontis.	Septima. Situm aequalitatis esse aequalitatem angulorum circa perpendiculum, sive rectitudinem angulorum, sive aeque distantiam regulae superficiei Orizontis.	Quesito XVIII. Definizione XV. Li brazzi de una libra, over bilancia se dicono esser nel sito, over luoco della equalità, quando che quelli siano equidistanti al piano del orizzonte.

I principali teoremi del *De ponderibus*		
Edizione Apiano, 1533	Edizione Tartaglia, 1565	*Quesiti et inventioni*, libro ottavo, 1546
Propositio prima. Inter quaelibet duo gravia est velocitas descendendo proprie, et ponderum eodem ordine sumpta proportio, descensus autem, et contrarii motus, proportio eadem, sed permutata.	Questio prima. Inter quaelibet gravia est virtutis, et ponderis eodem ordine sumpta proportio.	Quesito XIX[X]. Proposizione II. La proportione della potentia di corpi gravi de uno medesimo genere, et quella delle lor velocità (nelli descensi) se conclude esser una medesima, anchor quella, delli moti contrarii, (cioè delli lor ascensi) se conclude esser la medesima, ma trasmutativamente. Quesito XXX. Proposizione III. Se saranno dui corpi simplicemente equali di gravità, ma inequali per vigor del sito, over positione la proportione della lor potentia, et quella del lor velocità necessariamente sarà una medesima. Ma nelli lor moti contrarii, cioè nelli ascensi, la proportione della lor potentia, et quella della lor velocità se afferma esser la medesima, ma trasmutativamente.
Propositio secunda.Cum fuerit aequilibris positio aequalis, aequis ponderibus appensis, ab aequalitate non discedet, etsi ab aequidistantia separetur, ad aequalitatis situm revertetur.	Quaestio secunda. Quum aequilibris fuit positio aequalis aequis ponderibus ap-pensis ab aequalitate non discedet: et si a rectitudine separatur, ad aequalitatis situm revertetur. Si vero inaequalia appendantur, ex parte grauioris usque ad directionem declinare cogetur.	Quesito XXXII. Proposizione V. Quando che la positione de una libra de brazzi equali sia nel sito della equalità, et nella istremità de l'uno e l'altro brazzo vi siano appesi corpi simplicemente equali in gravità, tal libra non se separarà dal detto sito de la equalità, et se per caso la fia [...] separata dal detto sito della equalità [...] tal libra de necessità ritornarà al detto sito della equalità.

I principali teoremi del *De ponderibus*		
Edizione Apiano, 1533	Edizione Tartaglia, 1565	*Quesiti et inventioni*, libro ottavo, 1546
Propositio III. Cum fuerint appensorum pondera aequalia, non motum faciet in aequilibri appendiculorum inaequalitas.	Quaestio quarta. Quum fuerint appensorum pondera aequalia, non faciet nutum in aequilibri appendiculorum in-aequalitas.	ASSENTE
Propositio quarta. Quodlibet pondus in quamcumque partem discedat secundum situm sit levius.	Quaestio tertia. Omne pondus in quamcunque partem discedat ab aequalitate secundum situm sit levius.	ASSENTE
Propositio quinta. Si fuerint brachia aequilibris inaequalia, aequalibus ponderibus appensis, ex parte longioris fiet motus.	Quaestio quinta. Si brachia librae fuerint inaequalia, aequalibus appensis ex parte longiore nutum faciet.	Quesito XXXIII. Proposizione VII. Se li brazzi de la libra saranno inequali et nella istremità di cadauno de quelli vi siano apesi corpi simplicemente equali in gravità dalla banda del più longo brazzo tal libra farà declinatione.
Propositio sexta. Cum unius ponderis sint appensa, et a centro motus inaequaliter distent, et si remotum secundum distantiam propinquius accesserit ad directionem, alio non moto secundum situm, illo levius fiet.	ASSENTE	ASSENTE
Propositio septima. Aequis ponderibus in aequilibri appensis, si aequalia sint appensibilia, alterum autem circumvolubile et alterum secundum angulum rectum fixum, quod in circumvolubile appenditur, gravius erit secundum situm.	ASSENTE	ASSENTE
Propositio octava. Si fuerint brachia librae proportionalia ponderibus appensorum, ita, ut in breviori gravius appendatur, aeque gravia erunt secundum situm.	Quaestio sexta. Si fuerint brachia librae proportionalia ponderibus appensorum ita, ut in breviori graviter appendatur, aeque gravia erunt secundum situm appensa.	Quesito XXXV. Proposizione VIII. Se li brazzi de la libra saranno proportionali alli pesi in quella imposti, talmente che nel brazzo più corto sia apeso il corpo più grave, quelli tai corpi, over pesi saranno equalmente gravi secondo tal positione, over sito.
Propositio nona. Si duo oblonga unius grossiciei per totum similia et pondere et quantitate aequalia, appendantur, ita, ut alterum erigatur, et alterum orthogonaliter dependeat, ita etiam, ut termini dependentis, et medii alterius, eadem sit a centro distantia, secundum hunc situm aeque gravia fient.	Quaestio settima. Si duo oblonga per totum similia, et quantitate, et pondere aequalia appendantur ita, ut in alterum dirigatur, alterum orthogonaliter dependeat, ita etiam, ut termini dependentis et medii alterius eadem sit a centro distantia, secundum nunc situm aeque grauia fient.	Quesito XXXVI. Proposizione IX. Se saranno due solide verghe, travi, over bastoni di una simile, et equal longhezza, larghezza, grossezza, et gravità, et che siano appesi in una libra talmente che l'uno stia equidistante al horizonte et l'altro dependi perpendicolarmente, et talmente anchora, che del termine del dependente, et del mezzo de l'altro, sia una medesima distantia dal centro de la libra, secondo tal sito, over positione venerano à esser equalmente gravi. Versioni più generali del teorema sono dimostrate nelle proposizioni X, XI, XII e XIII.
ASSENTE	Quaestio ottava. Si inaequalia fuerint brachia librae, et in centro motus angulum fecerint: si termini eorum ad directionem hinc inde aequaliter accesserint: aequalia appensa in hac dispositione aequaliter ponderabunt.	ASSENTE
ASSENTE	Quaestio nona. Aequalitas declinationis identitatis ponderis.	Quesito XLI. Proposizione XIIII. La equalità della declinatione è una medesima equalità de peso.

I principali teoremi del *De ponderibus*		
Edizione Apiano, 1533	Edizione Tartaglia, 1565	*Quesiti et inventioni*, libro ottavo, 1546
ASSENTE	Quaestio decima. Si per diversarum obliquitatum vias duo pondera descendant, fiantque declinationum, et ponderum una proportio, eodem ordine sumpta una erit utriusque virtus in descendendo.	Quesito XLII. Proposizione XV. Se dui corpi gravi descendano per vie di diverse obliquità, et che la proportione delle declinationi delle due vie, et della gravità de detti corpi, sia fatta una medesima, tolta per el medesimo ordine. Anchora la virtù de l'uno e l'altro de detti dui corpi gravi, in el descendere sarà una medesima.

6. Bibliografia

Vailati: studi su Giordano Nemorario e G. B. Benedetti

Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria, in "Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino", vol. XXXII, 1897. Ristampato in *Scritti*, 91-106.

Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi, in "Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino", vol. XXXIII, 1898. Ristampato in *Scritti*, 161-178.

Recensione di *P. Duhem. Les origines de la Statique*, in "Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche", gennaio-febbraio-marzo 1905. Ristampato in *Scritti*, 684-688.

La scoperta delle condizioni d'equilibrio d'un grave scorrevole lungo un piano inclinato, in "Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche", luglio-dicembre 1907. Ristampato in *Scritti*, 834-841.

A proposito di una recente pubblicazione sulla storia della statica, in "Nuovo Cimento", vol. XV, gennaio 1908. Ristampato in *Scritti*, 834-841; 844-846.

Per la preistoria del principio dei movimenti virtuali, in "Bibliotheca Mathematica", marzo 1908. Vedi *Scritti*, 861.

Scritti, Firenze, Successori B. Seeber, 1911.

Fonti storiche

Nota: i testi indicati con la sigla ECHO sono conservati presso l'Istituto Max Planck per la storia della scienza, Berlino, e sono disponibili in forma digitale tramite il progetto European Cultural Heritage Online.

P. Apiano, *Liber Iordani Nemorarii viri clarissimi, de ponderibus propositiones XIII*, Norimberga, 1533, ECHO. Il *Liber de ponderibus* di Jordanus de Nemore (Giordano Nemorario) edito da Pietro Apiano.

Aristotele, *De caelo*. Traduzione di O. Longo in *Opere*, vol. 3, Roma-Bari, Laterza, 2007.

Aristotele, *Physica*. Traduzione di A. Russo in *Opere*, vol. 3, Roma-Bari, Laterza, 2007.

I. B. Benedicti (Giovanni Battista Benedetti), *Diversarum speculationum mathematicarum, et physicarum liber*, Torino, 1585, ECHO.

G. Galileo, *Opere* (a cura di A. Favaro), voll. 20, Firenze, Barbera editore, ristampa del 1929-1939.

N. Tartaglia, *Iordani opusculum de ponderositate Nicolai Tartaleae studio correctum novisque figuris auctum*, Venezia, 1565, ECHO. Il *Liber de rationi ponderis* di Jordanus de Nemore (Giordano Nemorario) utilizzato da Nicolò Tartaglia per il proprio trattato *Quesiti et inventioni diverse* e pubblicato, dopo la morte di Tartaglia, da Curzio Traiano.

N. Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse*, Venezia, 1546, ECHO.

Alcuni studi moderni

M. Abattouy, *The arabic transformation of mechanics: the birth of the science of weigths*, in "Foundation for science, technology and civilization", 615, novembre 2006.

D. Atkinson e J. Peijnenburg, *Galileo and prior philosophy*, in "Studies in history and philosophy of science", vol. 35, 2004, 115-136.

D. Capecchi, *Storia del principio dei lavori virtuali da Aristotele a Bernoulli*, Napoli, Luda editore, 1999.

D. Capecchi, *Storia del principio dei lavori virtuali. La meccanica alternativa.* Benevento, Hevelius, 2002.

M. Clagett, *The science of mechanics in the middle ages*, Madison, The University of Winsconsin Press, 1959. Traduzione di L. Sosio, *La scienza della meccanica nel medioevo*, Milano, Feltrinelli, 1972.

M. De Zan (a cura di), *I mondi di carta di Giovanni Vailati*, Milano, Franco Angeli, 2000.

M. De Zan, *I carteggi europei di Vailati*, in "Annuario del Centro Studi Vailati – 2004", 19-52.

M. De Zan, *La formazione di Giovanni Vailati*, Tesi di dottorato di ricerca in discipline storico-filosofiche, A.A. 2003-2006, Università degli Studi di Lecce.

I. E. Drabkin, *Two versions of G. B. Benedetti's Demonstratio proportionum motuum localium*, in "Isis", vol. 54 n. 2, giugno 1963, 259-262.

R. Dugas, *Histoire de la mecanique*, Neuchatel, Editions du Griffon, 1950.

P. Duhem, *Les origines de la statique*, Parigi, Hermann, 1905-6.

P. Duhem, *Jordanus* (*Jordanis*) *de Nemore*, in *The Catholic Encyclopedia*. New York, Robert Appleton Company, 1911.

E. Festa e S. Roux, *The enigma of the inclined plane from Heron to Galileo*, in W. R. Laid e S. Roux (a cura di), *Mechanics and natural philosophy before the scientific revolutions*, Springer, 2008, 195-220.

M. Folkerts e R. Lorch, *The arabic sources of Jordanus de Nemore*, in M. Abattouy (a cura di), *Etudes d'histoire des sciences arabes,* Fondation du Roi Abdul-Aziz Al Saoud, Casablanca, 2007, 121-139.

B. Ginzburg, *Duhem and Jordanus Nemorarius*, in "Isis", vol. 25 n. 2, settembre 1936, 341-362.

E. Giusti, *Gli scritti "de motu" di Giovanni Battista Benedetti*, in "Bollettino di storia delle scienze matematiche", XVII, 1997, 51-104.

E. Grant (a cura di), *A source book in medieval science*, Cambridge, MA, Harvard University Press, 1974.

J. Høyrup, *Jordanus de Nemore, 13th century mathematical innovator*, in "Archive for history of exact sciences", vol. 38 n. 4, settembre 1988, 307-363.

B. B. Hughes, *Biographical information on Jordanus de Nemore to date*, in "Janus", vol. 62, 1975, 151-156.

A. Koyré, *Etudes galiléennes*, Hermann, Paris, 1966. Traduzione di M. Torrini, *Studi galileiani*, Einaudi, Torino, 1976.

C. Maccagni, *Le speculazioni giovanili* «De Motu» *di Giovanni Battista Benedetti*, Pisa, Nistri-Lischi, 1967.

F. Minazzi (a cura di), *Vailati intellettuale europeo*. Atti del convegno di Spongano (Lecce), 12 aprile 2003, Milano, Thélema, 2006.

E. A. Moody e M. Clagett (a cura di), *The medieval science of weights (Scientia de ponderibus). Treatises ascribed to Euclides, Archimeds, Thabit ibn Qurra, Jordanus de Nemore and Blasius of Parma*, University of Wisconsis Press, Madison, 1952.

G. Risi, *Giovanni Vailati antikantiano e antimetafisico*, in "Annuario del Centro Studi Vailati – 2004", 89-105.

R. B. THOMSON, *Jordanus de Nemore: opera*, in "Medieval Studies", vol. 38, 1976, 97-144.

F. TULA MOLINA, *El surgimiento de la dinamica galileana: historia e historiografia*, in "Scientiae Studia", vol. 3 n. 3, 2005, 357-394.

Mauro MURZI
mauro@murzim.net