

# Hans Reichenbach sulla teoria dei quanti

---

Mauro Murzi

## 1. Introduzione

Hans Reichenbach, il filosofo tedesco esponente dell'empirismo logico, ha sostenuto che nessuna interpretazione della meccanica quantica, conforme alla logica classica, è completa e libera da anomalie causali. In ogni allestimento sperimentale, sarebbe nondimeno possibile definire un'interpretazione conforme alla logica classica, parziale, senza anomalie causali. Se si adottasse una logica proposizionale trivalente, nella quale ai valori di verità *Vero* e *Falso* si affianca il valore *Indeterminato*, sarebbe possibile definire un'interpretazione completa non affetta da anomalie causali.<sup>1</sup>

L'obiettivo del presente saggio è rispondere alle domande:

1. Cos'è un'interpretazione di una teoria scientifica?
2. Quando un'interpretazione è completa e quando è parziale?
3. Come si definisce un'interpretazione della meccanica quantica?
4. Cos'è un'anomalia causale?
5. In ogni allestimento sperimentale si può definire un'interpretazione parziale libera da anomalie causali?
6. La logica trivalente consente un'interpretazione della meccanica quantica completa libera da anomalie causali?

## 2. Il modello sintattico delle teorie scientifiche

I due empiristi logici Rudolf Carnap e Carl Gustav Hempel sono i principali artefici del modello sintattico delle teorie scientifiche.<sup>2</sup> Il modello sin-

---

<sup>1</sup> H. Reichenbach, *Philosophic foundations of quantum mechanics*, Berkeley, University of California Press, 1944 (tr. it. di Alfonso Caracciolo, *I fondamenti filosofici della meccanica quantistica*, Torino, Einaudi, 1954).

<sup>2</sup> Testi classici sono R. Carnap, "The methodological character of theoretical concepts" in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. I, a cura di H. Feigl e M. Scriven, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1956, pp. 38-76; R. Carnap, "Beobachtungssprache und theoretische Sprache" in *Dialectica*, vol. 12, 1958, pp. 236-48 (ristampati in R. Carnap, *Analiticità, Significanza, Induzione*, a cura di Alberto Meotti e Marco Mondadori, Bologna, Il Mulino, 1971); C. G. Hempel, *Fundamentals of concept formation in empirical science*, Chicago, University of Chicago Press, 1952; C. G. Hempel, "The theoretician's dilemma" in *Minnesota studies in the philosophy of science*, vol. II, a cura di H. Feigl, M. Scriven e G. Maxwell, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1958, pp. 37-98 (ristampati in C. G. Hempel, *La formazione dei concetti e delle teorie nella scienza empirica*, a cura di Alberto Pasquinelli, Milano, Feltrinelli, 1976). Un'agile lettura è R. Carnap, *I fondamenti*

tattico afferma che è proficuo descrivere una teoria scientifica come un calcolo formale assiomatizzato interpretato. Una teoria è composta di un linguaggio, di un insieme finito di assiomi e di un'interpretazione. I simboli del linguaggio sono:

- *simboli logici*:  $\rightarrow$  “se ... allora”,  $\vee$  “oppure”,  $\wedge$  “e”,  $\neg$  “non”,  $\forall$  “per ogni”,  $\exists$  “esiste”;
- *simboli matematici*: numeri e funzioni;
- *termini osservativi*: denotano proprietà, relazioni, oggetti o processi osservabili;
- *termini teorici*: denotano proprietà, relazioni, oggetti o processi non osservabili.

Gli assiomi enunciano il significato fisico della teoria. Sono di due tipi:

- *assiomi puri*: contengono termini teorici ma non osservativi;
- *assiomi misti*: contengono termini teorici e osservativi.

Gli enunciati della teoria sono di tre tipi:

- *enunciati teorici puri*: contengono termini teorici ma non osservativi;
- *enunciati teorici misti*: contengono termini teorici e osservativi;
- *enunciati osservativi*: contengono termini osservativi ma non teorici.

Gli enunciati della teoria hanno un valore di verità solo se i simboli sono interpretati. I simboli logici e matematici hanno la consueta interpretazione. I termini teorici sono interpretati come strutture matematiche astratte. I termini osservativi hanno un'interpretazione empirica. Il valore di verità degli enunciati osservativi è determinabile tramite l'esperienza. Gli assiomi misti assegnano un'interpretazione empirica parziale ai termini teorici. Gli assiomi misti sono spesso chiamati *assiomi di coordinazione*, per evidenziare che coordinano (ossia, mettono in relazione) i termini teorici e osservativi.

A titolo di esempio, descriverò la teoria di Bohr sull'atomo d'idrogeno mediante il modello sintattico. La teoria di Bohr ipotizza che l'atomo d'idrogeno sia costituito di un protone con carica elettrica positiva intorno al quale ruota un elettrone con carica negativa. Secondo la fisica classica, l'elettrone (il cui moto è accelerato) dovrebbe perdere energia e cadere sul protone. L'atomo d'idrogeno sarebbe quindi instabile. Questa conclusione è evidentemente errata. Bohr ideò l'ipotesi che l'elettrone possa percorrere solo alcune orbite determinate, separate da differenze discrete di energia, multipli interi di una determinata quantità minima. Il raggio  $r$  dell'orbita dell'elettrone dipende dagli altri parametri fisici secondo l'equazione:

$$(1) \quad r = \frac{n^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 e^2 m}$$

dove  $n$  è un numero intero,  $\epsilon_0$  la permittività elettrica del vuoto,  $e$  ed  $m$  la carica elettrica e la massa dell'elettrone,  $\hbar$  l'abbreviazione di  $h/2\pi$ ,  $h$  la costante di Planck. L'equazione (1) è un assioma puro, che ha un valore di verità solo se i termini teorici sono interpretati tramite gli assiomi di corrispondenza. Dalla (1), tramite la legge di Coulomb, che esprime la forza esercitata dal campo elettrico, deriva l'equazione:

$$(2) \quad E_0 = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2}$$

dove  $E_0$  è l'energia dell'orbita più interna e  $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$ . Il principale assioma di corrispondenza afferma che l'elettrone emette radiazione elettromagnetica con frequenza  $\nu$  quando decade da un'orbita di energia  $E_n$  a un'orbita di energia  $E_m$ . La frequenza e l'energia sono collegate dalla relazione:

$$(3) \quad \nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

La frequenza  $\nu$  ha un'interpretazione empirica, perché dipende dalla posizione delle linee visibili nello spettro atomico. Il termine  $\nu$ , quindi, assegna un'interpretazione ai termini teorici  $E_i$  e, tramite la (2), a  $r$ ,  $e$  ed  $m$ .

Dalla teoria di Bohr si deduce una formula per la frequenza delle radiazioni emesse che coincide, a meno di una costante moltiplicativa  $R$ , chiamata costante di Rydberg, con la formula determinata per via sperimentale. Ciò consente di confrontare il valore teorico di  $R$  con quello misurato, ottenendo un discreto accordo.

Bohr apportò varie modifiche alla teoria, per conseguire un migliore accordo con i dati sperimentali. Ipotizzò che l'orbita dell'elettrone fosse ellittica. Interpretò  $r$  come il semiasse maggiore dell'orbita. Introdusse altri termini teorici, interpretati come lo schiacciamento e l'inclinazione dell'orbita. Un nuovo termine teorico, lo spin, fu interpretato come la misura del moto di rotazione dell'elettrone intorno al proprio asse.

Secondo il modello sintattico, la teoria di Bohr contiene i seguenti elementi:

- assiomi puri, come l'equazione (1), che definiscono la teoria; la loro modifica provoca un cambiamento sostanziale della teoria;
- enunciati di corrispondenza, come l'equazione (3), che collegano la teoria

e l'evidenza sperimentale; la loro modifica non muta lo spirito della teoria, ma cambia le previsioni sperimentali; su di essi si può agire per conseguire l'accordo tra la teoria e i dati sperimentali;

- un'interpretazione diretta dei termini osservativi;
- un'interpretazione indiretta, tramite i termini osservativi, dei termini teorici.

Si è così risposto alla prima domanda, che chiedeva cosa fosse un'interpretazione di una teoria scientifica.

### 3. Lo stato di una particella classica

Si consideri una particella di massa  $m$  soggetta a una forza  $f$ . Si supponga che siano note:

- la posizione  $q$  e la quantità di moto  $p$  della particella in un istante  $t_0$ ;
- l'espressione matematica della forza  $f$  che agisce sulla particella.

Secondo le leggi della meccanica classica, è possibile determinare:

- la posizione e la quantità di moto della particella in un qualsiasi istante antecedente o successivo a  $t_0$ ;<sup>3</sup>
- ogni altra grandezza fisica meccanica in qualsiasi istante.

Conoscendo la forza che agisce sulla particella e la sua posizione e quantità di moto in dato istante, si può calcolare posizione e quantità di moto nel futuro e nel passato. Ogni grandezza meccanica è funzione della posizione e quantità di moto. Quindi, si possono calcolare tutte le grandezze meccaniche.

La posizione di una particella è relativa a un sistema di riferimento tridimensionale. I più comuni sono:

- il sistema cartesiano, costituito da tre assi ortogonali, in cui la posizione è individuata da un vettore  $\mathbf{q}$  o dalle sue tre componenti  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ ;
- il sistema polare, nel quale si determina la posizione tramite un segmento che unisce la particella con un punto di riferimento, misurando la lunghezza del segmento e i due angoli formati dal segmento con due piani di riferimento.

---

<sup>3</sup> Quest'affermazione è una semplificazione eccessiva. Accade spesso che il sistema di equazioni differenziali che descrive l'evoluzione di un sistema fisico non ammetta soluzione esplicita. In tal caso, si può determinare lo stato passato o futuro del sistema solo mediante metodi di calcolo numerici che generano errori. Nei sistemi caotici, l'errore prodotto dal calcolo numerico è piccolo solo per brevi intervalli. Non è quindi possibile determinare lo stato futuro o passato del sistema, salvo per brevi periodi. Comunque, ai fini del presente saggio, tale semplificazione è innocua.

La quantità di moto  $\mathbf{p}$  è un vettore, collegato alla velocità  $\mathbf{v}$  e alla massa  $m$  dalla formula  $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$ . Le tre componenti di  $\mathbf{p}$  sono indicate con  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ . Le grandezze meccaniche cui siamo interessati sono l'energia  $E$ , l'energia cinetica  $T$  e l'energia potenziale  $U$ , per le quali valgono le seguenti formule:

$$(3.1) \quad E = T + U$$

$$(3.2) \quad T = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 = \frac{1}{2} \mathbf{p}^2 / m = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) / (2m)$$

$$(3.3) \quad E = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) / (2m) + U$$

#### 4. Meccanica quantica

Il linguaggio  $L_{QM}$  della meccanica quantica  $QM$  comprende:

- i simboli della logica classica  $\rightarrow, \vee, \wedge, \neg, \forall, \exists$ ;
- i simboli dell'analisi matematica;
- simboli matematici  $u_{op}$  chiamati operatori quantici;
- termini teorici per designare alcune grandezze fisiche meccaniche, quali l'energia  $E$ , l'energia cinetica  $T$ , l'energia potenziale  $U$ , la quantità di moto  $\mathbf{p}$  e la posizione  $\mathbf{q}$ ; questi termini, pur avendo il medesimo nome delle corrispondenti grandezze della fisica classica, non sono identici ai termini della fisica classica.

$L_{QM}$  non contiene termini osservativi.  $QM$  è, secondo il modello sintattico, un calcolo formale non interpretato (ossia, privo di contenuto empirico). L'interpretazione è definita nei diversi allestimenti sperimentali, per collegare  $QM$  e l'esperienza. I termini teorici di  $L_{QM}$  potrebbero avere interpretazioni diverse in contesti diversi. Un'interpretazione dei termini teorici di  $L_{QM}$  che assegni significati diversi in situazioni sperimentali diverse si dice parziale. Un'interpretazione si dice completa se assegna ai termini teorici di  $L_{QM}$  il medesimo significato in tutti le circostanze. Si è quindi risposto alla seconda domanda concernente le interpretazioni parziali e complete.

#### 5. La prima equazione di Schrödinger

$QM$  non ha assiomi misti, perché priva di termini osservativi. I due assiomi puri fondamentali di  $QM$  sono:<sup>4</sup>

$$(5) \quad u_{op} \varphi(\mathbf{q}) = u \cdot \varphi(\mathbf{q}) \quad (\text{prima equazione di Schrödinger})$$

$$(6) \quad E_{op} \Psi(\mathbf{q}, t) = \frac{ih}{2\pi} \frac{\partial \Psi(\mathbf{q}, t)}{\partial t} \quad (\text{seconda equazione di Schrödinger})$$

<sup>4</sup> Per precisione logica, le formule (4) e (5) sono schemi di assiomi, ossia formule del meta-linguaggio che descrivono formule del linguaggio della teoria. Questa precisazione è inessenziale ai fini della comprensione del saggio.

La grandezza fisica  $\varphi$ , che dipende dalla posizione  $\mathbf{q}$ , è l'incognita della prima equazione di Schrödinger.  $\varphi$  è una funzione complessa, nella quale figurano non solo numeri reali ma anche complessi. I due seguenti assiomi puri di  $QM$  impongono alcune restrizioni su  $\varphi$ :

- l'integrale  $\int |\varphi(\mathbf{q})|^2 dx$ , esteso all'intero dominio di  $x$ , esiste ed è finito;
- $\varphi(\mathbf{q})$  è finita per ogni valore di  $\mathbf{q}$ .

Con queste restrizioni, la prima equazione di Schrödinger ammette soluzione solo per alcuni valori di  $u$ , chiamati *autovalori*. Le funzioni  $\varphi$  che risolvono l'equazione in corrispondenza degli autovalori sono chiamate *autofunzioni*. La prima equazione di Schrödinger definisce quindi una serie di autovalori  $u_i$  e di autofunzioni  $\varphi_i$ .

## 6. Interpretazione della prima equazione di Schrödinger

Qual è l'interpretazione di  $u$ ,  $u_{op}$  e  $\varphi$ ? Il termine  $u$  designa una generica grandezza meccanica. Ad esempio, in certi contesti  $u$  designa l'energia  $E$ . In meccanica classica, ogni grandezza meccanica è definibile mediante le componenti della posizione e della quantità di moto. Dunque:  $u = f(q_1, q_2, q_3, p_1, p_2, p_3)$ . Ad esempio, quando  $u$  designa l'energia  $E$ , tramite la (3.3) si ottiene:

$$(7) \quad u = E = \frac{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}{2m} + U(q_1, q_2, q_3)$$

ove si è evidenziato che l'energia potenziale  $U$  dipende dalla posizione. L'operatore quantico  $u_{op}$  è interpretato tramite un insieme di regole che, applicate a una grandezza meccanica  $u = f(q_1, q_2, q_3, p_1, p_2, p_3)$ , generano un'espressione matematica incompleta. Le regole sono le seguenti:

- sostituire ogni occorrenza di  $q_i$  con l'espressione "moltiplicare per  $q_i$ ";
- sostituire ogni occorrenza di  $g(q_i)$  (dove  $g$  è un funzione qualsiasi) con l'espressione "moltiplicare per  $g(q_i)$ ";
- sostituire ogni occorrenza di  $p_i^n$  con l'espressione

$$\left( \frac{h}{2\pi i} \right)^n \frac{\partial^n}{\partial q_k^n}$$

ove  $\partial$  è il simbolo della derivata parziale.

Quando  $u = E$  si ottiene:

$$(8) \quad E_{op} = \frac{1}{2m} \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_3^2} \right) + U(q_1, q_2, q_3) \cdot$$

La (8) è incompleta perché mancano il secondo fattore del prodotto  $U(q_1, q_2, q_3) \cdot$  e la funzione cui applicare la derivata  $\partial$ . Si completa la (8) applicandola alla funzione incognita  $\varphi(\mathbf{q})$ . La (8) completata diviene:

$$(9) \quad E\varphi(\mathbf{q}) = \frac{1}{2m} \left( \frac{h}{2\pi i} \right)^2 \left( \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{q})}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{q})}{\partial q_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{q})}{\partial q_3^2} \right) + U(q_1, q_2, q_3) \varphi(\mathbf{q})$$

L'interpretazione della prima equazione di Schrödinger è quindi la seguente. Sia  $u$  una grandezza meccanica e  $u_{op}$  l'espressione generata con le regole indicate. Applicando  $u_{op}$  a una funzione incognita  $\varphi$  si ottiene un'equazione in  $\varphi$  che deve essere risolta con i vincoli indicati. I valori di  $u$  per i quali l'equazione con incognita  $\varphi$  ha soluzione sono gli autovalori di  $u$ . Tali autovalori rappresentano i valori della grandezza meccanica  $u$  che, secondo la meccanica quantica, sono fisicamente accettabili.

Si consideri, a titolo d'esempio, l'equazione (9). Tale equazione ha soluzione per valori di  $E$  che formano una serie discreta, i cui valori sono multipli interi di una quantità minima. Essi sono i valori ammissibili dell'energia. L'energia è dunque quantizzata.

Se si applica l'equazione (9) all'atomo d'idrogeno, con  $U = -e^2/r$ , l'equazione ammette soluzione per una serie discreta  $E_i$  di valori dell'energia, compatibili con i livelli energetici previsti dalla teoria di Bohr. Ciò consente una corretta deduzione teorica dei livelli energetici dell'atomo d'idrogeno. L'equazione (9) può essere applicata con successo a sistemi più complessi dell'atomo d'idrogeno, laddove la teoria di Bohr fallisce.

In sintesi, la prima equazione di Schrödinger, applicata a una grandezza meccanica di un determinato sistema, determina i valori quantizzati di quella grandezza e le corrispondenti autofunzioni  $\varphi_i$ , il cui ruolo diventerà chiaro esaminando la seconda equazione di Schrödinger.

## 7. Interpretazione della seconda equazione di Schrödinger

Lo stato di una particella è descritto tramite la funzione  $\Psi$ , la cui forma generale è:

$$(10) \quad \Psi(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{i=\infty} \sigma_i \cdot \varphi_i(\mathbf{q})$$

ove  $\varphi_i$  sono le autofunzioni della prima equazione di Schrödinger. I coefficienti  $\sigma_i$  sono funzioni complesse. La loro interpretazione è la seguente: i numeri reali  $|\sigma_i|^2$  determinano la probabilità che il sistema si trovi nello stato descritto da  $\varphi_i$ . In termini semplici:

- la prima equazione di Schrödinger fissa i possibili valori della grandezza meccanica  $u$ ;
- la seconda equazione di Schrödinger determina la probabilità che la grandezza meccanica  $u$  assuma un determinato valore tra quelli possibili.

La seconda equazione di Schrödinger descrive l'evoluzione di  $\Psi$ . Se la funzione  $\Psi$  è nota in un dato istante, si può calcolarla in ogni istante passato e futuro. Quindi, l'evoluzione dello stato di un sistema quantico isolato è, al pari dello stato di un sistema classico isolato, deterministica. Tuttavia, mentre lo stato di un sistema classico determina univocamente il valore di ogni grandezza meccanica, lo stato di un sistema quantico determina unicamente la probabilità che una grandezza meccanica abbia un determinato valore.<sup>5</sup> Ciò completa la risposta alla terza domanda, che verteva sull'interpretazione della meccanica quantica.

## 8. Interpretazioni e anomalie causali

Per spiegare il concetto di anomalia causale, Reichenbach introduce la distinzione tra fenomeno e interferenomeno. Che cosa accade a un sistema fisico quando nessuno lo osserva? L'ipotesi più semplice è che un sistema fisico non osservato si comporti come quando qualcuno lo osserva. La descrizione del comportamento di un sistema fisico, quando non è osservato, si chiama *interfenomeno*. Si suppone che interferenomeni e fenomeni seguano le

---

<sup>5</sup> Non è questa la sola differenza tra la descrizione di stato classica e quella quantica. In particolare, quest'ultima prevede che, per alcune coppie di grandezze meccaniche (diciamo  $v$  e  $w$ ), la descrizione dello stato di un sistema in termini di (poniamo)  $v$  renda impossibile descrivere lo stato in termini di  $w$ . Ossia, se in un sistema quantico il valore della grandezza meccanica  $u$  è fissato, è impossibile determinare non solo il valore di  $w$  ma anche la probabilità che  $w$  assuma un certo valore. Questa situazione non ha corrispondenza nella descrizione classica dello stato di un sistema fisico.



stesse leggi. S'ipotizza che le leggi di natura e lo stato degli oggetti siano gli stessi, sia quando il sistema è osservato sia quando non lo è. Un'interpretazione che soddisfa quest'ipotesi si chiama normale; altrimenti, è un'interpretazione con anomalie causali.

Le interpretazioni con anomalie causali che, di fatto, sono state proposte nella storia della scienza e della filosofia ricadono in alcune classi con caratteristiche comuni. Le principali sono:

- (V1) l'azione a distanza: un oggetto esercita immediatamente la propria influenza su un oggetto distante (ossia, non vi è alcun ritardo temporale, come se l'influsso causale si propagasse con velocità infinita);
- (V2) l'armonia prestabilita: eventi che accadono in luoghi o tempi diversi sembrano influenzarsi senza che esista alcuna causa fisica comune o alcun influsso dell'uno sull'altro;
- (V3) l'ordine temporale inverso tra causa ed effetto: un effetto precede la propria causa (come nel caso della causa finale, quando un evento accade per realizzare uno stato futuro);
- (V4) i viaggi nel passato: un evento che accade ora influenza un evento passato che è la propria stessa causa (un viaggiatore del tempo torna indietro prima della propria nascita e uccide i propri genitori, rendendo impossibile la propria stessa nascita);
- (V5) la violazione del principio di conservazione dell'energia: un sistema è in grado di assumere livelli energetici proibiti (ossia, il sistema crea energia dal nulla o distrugge integralmente energia senza rilasciarla all'esterno).

L'azione a distanza è il meccanismo proposto per descrivere gli effetti della gravità nella meccanica classica. Un corpo (ad esempio, un pianeta) esercita la propria influenza su altri corpi (quali i propri satelliti o altri pianeti) immediatamente, senza alcun ritardo temporale. Gli effetti della gravità, nella formulazione classica della teoria, si diffondono con velocità infinita.

L'armonia prestabilita è il meccanismo che può spiegare come interagiscano le monadi di Leibniz. Non essendo possibile un'influenza causale tra le monadi, il loro comportamento ordinato e coerente richiede un'armonia prestabilita (ossia, un piano divino). Le spiegazioni dell'evoluzione biologica che ricorrono al cosiddetto *intelligent design* appartengono a questa categoria: l'evoluzione non sarebbe determinata da cause fisiche, ma seguirebbe un piano divino prestabilito.

L'inversione dell'ordine temporale e i viaggi nel tempo sono previsti da alcune soluzioni delle equazioni della relatività generale (i cosiddetti modelli di universo rotante).

Il moto perpetuo, esempio di violazione del principio di conservazione dell'energia, è escluso dal secondo principio della termodinamica. La creazione di materia dal nulla è stata proposta nel modello dell'universo stazionario. In alcune interpretazione della meccanica quantica, si suppone che un sistema possa assumere livelli energetici proibiti, violando il principio di conservazione dell'energia, purché ciò accada in un tempo talmente breve che, sul piano macroscopico, la violazione non sia osservabile (i fenomeni seguirebbero il principio di conservazione dell'energia, gli interferfenomeni no).

Le interpretazioni della meccanica quantica studiate da Reichenbach appartengono a quattro categorie:

- l'interpretazione corpuscolare: le particelle elementari si comportano come punti materiali, caratterizzati da una determinata massa, posizione e quantità di moto;
- l'interpretazione ondulatoria: le particelle elementari si comportano come onde, caratterizzate da una determinata frequenza, lunghezza d'onda e ampiezza;
- l'interpretazione di Bohr-Heisenberg: gli enunciati sugli interferfenomeni sono privi di significato;
- l'interpretazione mediante una logica trivalente: gli enunciati sui fenomeni sono veri o falsi, quelli sugli interferfenomeni possono essere indeterminati.

La tesi di Reichenbach è:

- nell'ambito della logica classica, non esiste un'interpretazione normale per ogni interferfenomeno, ma per ogni interferfenomeno esiste un'interpretazione normale, scelta tra quella ondulatoria e quella corpuscolare.

Una piccola notazione logica chiarisce meglio il significato della tesi di Reichenbach. Tale tesi è espressa dai due seguenti enunciati, ove  $N(x,y)$  significa “ $x$  è un'interpretazione normale dell'interfenomeno  $y$ ”; il dominio di  $x$  è formato dall'insieme delle due interpretazioni corpuscolare e ondulatoria:

- $\neg\exists x\forall y(N(x,y))$  (ossia, non esiste un'interpretazione normale per tutti gli interferfenomeni)
- $\forall y\exists x(N(x,y))$  (ossia, per ogni interferfenomeno esiste un'interpretazione normale)

Si è così risposto alla quarta domanda sulle anomalie causali.

## 9. Un esperimento d'interferenza

Una sorgente luminosa è collocata davanti a un diaframma opaco, sul quale sono aperte due piccole fenditure. Dopo il diaframma si trova uno schermo sul quale cade la luce proveniente dalla sorgente. Sullo schermo si forma un'immagine composta di una successione di bande chiare e scure, d'intensità decrescente dal centro verso la periferia. Questa esperienza, nota come esperimento di Young, convinse gli scienziati che la luce ha natura ondulatoria. La successione delle bande chiare e scure è prodotta dal sovrapporsi delle due onde luminose che attraversano le fenditure, che in alcuni punti si rafforzano, in altri si annullano. Chiudendo una delle due fenditure, l'immagine che si forma sullo schermo è diversa, perché con una sola fenditura aperta non avviene alcuna interferenza.

Apparentemente, l'esperimento di Young preclude un'interpretazione corpuscolare, perché le particelle non producono interferenza. L'immagine che si forma quando entrambe le fenditure sono aperte è diversa dalla sovrapposizione delle immagini che si formano quando una sola delle due fenditure è aperta. Questo fatto è spiegato in maniera semplice nell'interpretazione ondulatoria, mediante il ricorso all'interferenza tra le due onde. Nell'interpretazione corpuscolare, sembra che la particella che attraversa una fenditura si comporti in modo diverso a seconda che l'altra fenditura sia aperta o chiusa, come se fosse influenzata dallo stato dell'altra fenditura. Si può allestire l'esperimento in modo tale che l'informazione sullo stato della seconda fenditura non possa raggiungere la prima fenditura in tempo per influenzare la particella, salvo che l'informazione non viaggi a velocità infinita. L'interpretazione corpuscolare richiede l'azione a distanza; è quindi affetta da anomalie causali.

Una variante dell'esperimento consiste nell'usare una sorgente luminosa che emette pochissima luce, in modo che sullo schermo non si formi alcuna immagine. Si sostituisce lo schermo con una pellicola fotografica, che rimane esposta alla poca luce proveniente dalla sorgente per un tempo sufficientemente lungo. Sviluppando la pellicola, appare l'immagine a bande. L'interpretazione ondulatoria spiega facilmente questo fenomeno: l'immagine è prodotta dall'interferenza tra le onde luminose. Si sostituisce la pellicola con uno schermo fluorescente, che emette un lampo di luce quando una particella lo colpisce. Si osservano lampi di luce localizzati in aree ristrette. In questo allestimento, l'interpretazione corpuscolare spiega i lampi di luce: la sorgente luminosa emette particelle che, attraversando una delle due fenditure, colpiscono lo schermo. L'interpretazione ondulatoria non spiega i lampi di luce. Questi lampi sono localizzati, come se lo schermo fosse colpito in un punto preciso. Un'onda colpirebbe lo schermo su un'area più ampia. Sembrerebbe che, quando una porzione ristretta dell'onda colpisce lo schermo, l'intera onda scompaia istantaneamente (altrimenti dovrebbe

colpire lo schermo in altri punti) e tutta l'energia dell'onda si concentri in un'area quasi puntiforme (come se l'energia dell'onda si trasferisse istantaneamente dalla superficie sferica dell'onda a un singolo punto). L'interpretazione ondulatoria è affetta da anomalie causali.

In alcuni allestimenti dell'esperimento di Young, l'interpretazione corpuscolare è normale e quella ondulatoria è affetta da anomalie causali; in altri allestimenti, l'interpretazione corpuscolare è affetta da anomalie causali e quella ondulatoria è normale. In ognuno dei diversi allestimenti sperimentali, è possibile individuare un'interpretazione normale. È tuttavia necessario cambiare l'interpretazione con l'allestimento sperimentale. Non è possibile, quindi, usare un'unica interpretazione normale nelle diverse esperienze.

Reichenbach sostiene che in ogni esperienza della meccanica quantica è possibile individuare un'interpretazione normale. È tuttavia necessario cambiare l'interpretazione secondo l'allestimento sperimentale, scegliendo volta per volta l'interpretazione idonea. La scelta è ristretta a due sole interpretazioni, la corpuscolare e l'ondulatoria. Non esiste, asserisce Reichenbach, un'interpretazione normale completa, ma esistono due interpretazioni parziali tra cui scegliere per descrivere l'esperienza. Le due interpretazioni non differiscono per i fenomeni previsti, ma dissentono sulla descrizione degli interferimenti. Nessuna esperienza concepibile può provare la falsità di una sola delle due interpretazioni, poiché esse concordano circa i fenomeni. Se l'esperienza dimostrasse che l'interpretazione corpuscolare è falsa, anche l'interpretazione ondulatoria sarebbe falsa (e viceversa). La difficoltà che s'incontra nell'accettare tale situazione nasce dal fatto che si ritiene che ogni teoria abbia un'interpretazione completa normale. Questa ipotesi, vera nel caso ristretto della fisica classica, nel caso più generale è errata.

### **10. Un'anomalia causale non eliminabile**

La tesi di Reichenbach è attraente: in ogni circostanza sarebbe possibile eliminare le anomalie causali dalla meccanica quantica. Tali anomalie sono apparenti: nascono per la scelta infelice dell'interpretazione. Cambiando interpretazione, l'anomalia svanisce.<sup>6</sup> Poiché sono due le interpretazioni tra cui scegliere, l'eliminazione delle anomalie causali non è difficile. Se una delle due interpretazioni genera un'anomalia, si dovrà usare l'altra.

La tesi di Reichenbach sarebbe falsificata se fosse possibile individuare un'esperienza caratterizzata da un'anomalia causale non eliminabile, ossia

---

<sup>6</sup> La tesi di Reichenbach è un esempio di una tesi fondamentale dell'empirismo logico, secondo cui molti problemi apparentemente profondi e insolubili sono causati da errori linguistici. Cambiando linguaggio, sarebbe possibile risolverli, svelando che sono solo pseudo-problemi. Analogamente, le anomalie della meccanica quantica celano pseudo-problemi, causati da una scelta errata dall'interpretazione del linguaggio della teoria. Cambiando interpretazione del linguaggio, le anomalie svaniscono.

che si manifesti indipendentemente dall'interpretazione usata. Durante la vita di Reichenbach, una tale esperienza non era conosciuta. Nel 1964, un contesto sperimentale con anomalia causale non eliminabile fu previsto teoricamente dal fisico irlandese John Stewart Bell. Nel 1972, fu realizzato il primo esperimento che confermò le previsioni di Bell.

Bell si interessò a due aspetti della teoria noti anche a Reichenbach. Il primo è la prova di John von Neumann dell'impossibilità di una formulazione della meccanica quantica basata sulle variabili nascoste, che assegni contemporaneamente una determinata posizione e quantità di moto alle particelle atomiche. Il secondo è l'esperimento mentale denominato EPR, dalle iniziali dei suoi ideatori.<sup>7</sup>

Bell dimostrò che la prova di von Neumann è errata: è possibile formulare una teoria compatibile con la meccanica quantica ricorrendo alle variabili nascoste. Quando Bell individuò l'errore nella prova di von Neumann, era già stata formulata una teoria con variabili nascoste, la meccanica di de Broglie-Bohm. Tale teoria è non locale, perché richiede l'azione a distanza. Secondo la teoria di de Broglie-Bohm, il moto delle particelle atomiche è istantaneamente influenzato da qualsiasi evento che accada ovunque nell'universo. Tale formulazione non è una bizzarria, ma sembrerebbe una condizione necessaria per formulare una versione deterministica della meccanica quantica. La teoria di de Broglie-Bohm è interessante, da un punto di vista filosofico, perché è una teoria con anomalie causali intrinseche ineliminabili. Tuttavia, la sua esistenza non confuta la tesi di Reichenbach, che non proibisce l'uso di teorie con anomalie causali, ma sostiene che le anomalie causali sono eliminabili tramite un'idonea scelta dell'interpretazione. La teoria di de Broglie-Bohm usa un'interpretazione non adatta all'eliminazione delle anomalie causali; altre interpretazioni dovrebbero, secondo la tesi di Reichenbach, consentire l'eliminazione delle anomalie.

La tesi di Reichenbach è confutata da un risultato conseguito da Bell approfondendo l'esperimento mentale di Einstein, Podolski e Rosen. Nell'esperimento EPR si suppone che due particelle *A* e *B* interagiscano e poi si separino, allontanandosi. Il sistema composto delle due particelle è descritto da una funzione  $\psi$ . Se si misura la quantità di moto di *A*, si può conoscere la posizione di *B*. Se si misura la posizione di *A*, si può conoscere la quantità di moto di *B*. Sembrerebbe che la posizione e la quantità di moto di *A* e *B* esistano realmente, potendo scegliere liberamente quale misurare. Tuttavia, il principio d'indeterminazione della meccanica quantica preclude la possibilità di misurare contemporaneamente posizione e quantità di moto

---

<sup>7</sup> L'esperimento è descritto in Einstein, Podolsky e Rosen, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" in *Physical Review* 47 (1935), pp. 777–80.

della stessa particella. Quindi, concludevano i tre autori, la descrizione della meccanica quantica dello stato fisico di un sistema è incompleta.

Bell ideò una variante di questo esperimento mentale, sostituendo la misurazione della posizione e della quantità di moto con la misurazione dello spin. Bell fu in grado di dimostrare che ogni teoria, che concordi con la meccanica quantica circa l'esito dell'esperimento, deve necessariamente ricorrere all'azione a distanza.<sup>8</sup>

Fino a quando Bell non pubblicò il suo risultato, le discussioni sull'esperimento EPR erano puramente teoriche. Si trattava di un esperimento mentale. Tale era anche la variante ideata da Bell. In pochi anni, fu realizzato un esperimento, più volte ripetuto in allestimenti diversi, che ha confermato le previsioni di Bell, dimostrando che ogni teoria compatibile con la meccanica quantica deve essere non locale. Esiste dunque almeno una condizione sperimentale che implica un'anomalia causale non eliminabile. Ciò confuta la tesi di Reichenbach. La quinta domanda ha una risposta negativa.

## 11. Logica trivalente

Trascurando l'esperimento EPR e la sua moderna formulazione da parte di Bell, in tutte le esperienze della meccanica quantica l'anomalia causale riguarda gli interferenomeni. Un modo possibile per eliminare le anomalie causali è quello di dichiarare prive di significato le asserzioni sugli interferenomeni. L'interpretazione di Bohr-Heisenberg adotta questa soluzione. Reichenbach la giudica troppo drastica. Sarebbe opportuno, sostiene Reichenbach, attribuire alle asserzioni sugli interferenomeni, laddove necessario, il valore *Indeterminato*. Le asserzioni della fisica avrebbero quindi tre valori di verità: *Vero*, *Falso* e *Indeterminato*.

Si consideri, come esempio, il cosiddetto "effetto tunnel". Una particella con energia  $E$  è in una regione  $R$  dello spazio circondata da una barriera di energia  $B > E$ . Secondo la fisica classica, la particella dovrebbe rimanere intrappolata in  $R$ , poiché non ha energia sufficiente per uscirne. La meccanica quantica, al contrario, prevede che la particella possa uscire da  $R$ . L'evidenza sperimentale dimostra che la particella può effettivamente uscire da  $R$ , con una frequenza compatibile con la previsione della meccanica quantica. Se si misura l'energia della particella dopo che essa è uscita da  $R$ , si

---

<sup>8</sup> In realtà, si potrebbe anche ricorrere all'armonia prestabilita o all'inganno da parte di un demone; tuttavia, queste ipotesi non sono prese in considerazione in un teorema fisico-matematico. Una spiegazione informale del risultato ottenuto da Bell è la seguente. Il principio della causa comune, formulato da Reichenbach, asserisce che due serie di eventi correlati, in assenza d'interazioni causali tra loro, hanno una causa comune. I valori dello spin di due particelle lontane che nel passato hanno interagito sono correlati. Tuttavia, quando si misura lo spin di una particella, manca una causa comune che spieghi la correlazione. Quindi, le due particelle devono interagire immediatamente, come se l'influsso causale viaggiasse a velocità infinita. Si manifesta dunque un'anomalia causale indipendente dall'interpretazione.

trova un valore uguale a  $E$ , l'energia che la particella aveva quand'era in  $R$ . Sembra che la particella abbia posseduto, in un qualche istante, energia  $E' > B$ , altrimenti non avrebbe potuto superare la barriera.

Riflettiamo bene su quest'argomentazione. Al tempo  $t_0$  la particella è in  $R$ ; la sua energia è  $E(t_0) < B$ , ove  $B$  è l'energia della barriera che circonda  $R$ . Al tempo  $t_1 > t_0$ , la particella è al di fuori di  $R$ ; ha la medesima energia  $E(t_0)$ . Quindi, in un qualche tempo  $t$ , con  $t_0 < t < t_1$ , la particella ha superato la barriera. Si consideri l'asserzione "l'energia  $E(t)$  della particella, al tempo  $t$ , è maggiore di  $B$ " (in simboli:  $E(t) > B$ ). Se l'asserzione  $E(t) > B$  fosse falsa, la particella non avrebbe superato la barriera. Quindi, l'asserzione  $E(t) > B$  non può essere falsa; dunque, è vera. Pertanto, al tempo  $t$  l'energia della particella era maggiore di  $B$ :  $E(t) > B > E(t_0)$ . L'energia della particella non è costante ma, in assenza d'interazioni, è aumentata fino a consentire alla particella di superare la barriera, e quindi è diminuita, tornando al valore iniziale. È questa un'anomalia causale, un'evidente violazione del principio di conservazione dell'energia.

Si supponga di adottare una logica trivalente. Ripetendo l'argomentazione appena enunciata, si può asserire che in un qualche tempo  $t$ , con  $t_0 < t < t_1$ , la particella ha superato la barriera. Si consideri l'asserzione "l'energia  $E(t)$  della particella, al tempo  $t$ , è maggiore di  $B$ " (in simboli:  $E(t) > B$ ). Se l'asserzione  $E(t) > B$  fosse falsa, la particella non avrebbe superato la barriera. Quindi, l'asserzione  $E(t) > B$  non può essere falsa. A questo punto, l'argomentazione non può procedere come nel caso della logica classica. L'asserzione  $E(t) > B$  non può essere falsa, ma ciò non dimostra che debba essere vera: potrebbe essere indeterminata. Dunque, non si può concludere che l'asserzione  $E(t) > B$  sia vera. Non si presenta, quindi, l'anomalia causale.

Si potrebbe obiettare che la verità di  $E(t) > B$  segue dal principio fisico che una particella può superare una barriera solo se la sua energia è maggiore di quella della barriera. In simboli, la legge fisica sarebbe  $S(p,t,b) \rightarrow E(p,t) > b$ , ove  $S(p,t,b)$  significa "la particella  $p$  supera la barriera di energia  $b$  al tempo  $t$ " e  $E(p,t) > b$  significa "al tempo  $t$ , l'energia della particella  $p$  è maggiore di  $b$ ". Si tratta di un'asserzione avente la forma "se  $A$  allora  $B$ " (in simboli,  $A \rightarrow B$ ). Nella logica classica, se  $A$  è vero e  $B$  non è vero, l'asserzione  $A \rightarrow B$  è falsa. Poiché  $A \rightarrow B$  è vera (perché esprime una legge fisica) e  $A$  è vera (poiché la particella ha superato la barriera),  $B$  deve essere vero: quindi,  $E(p,t) > b$  è vera.

L'argomentazione non è valida nella logica trivalente. In tale logica esistono diversi significati che si possono attribuire all'asserzione "se  $A$  allora  $B$ ". Reichenbach ne considera tre, illustrati dalla seguente tavola. La prima riga riporta cinque diverse asserzioni, ossia  $A$ ,  $B$  e tre diverse formulazioni dell'asserzione "se  $A$  allora  $B$ ". La formula  $A \supset B$  esprime la cosiddetta "im-

plicazione standard”; la formula  $A \rightarrow B$  esprime “l’implicazione alternativa”; la formula  $A \Rightarrow B$  “esprime la quasi implicazione”.<sup>9</sup> Le nove righe successive contengono le possibili combinazioni dei valori di verità di  $A$  e  $B$  e i corrispondenti valori assunti dalle tre formulazioni di “se  $A$  allora  $B$ ”. Le lettere  $V$ ,  $I$  e  $F$  sono abbreviazioni per *Vero*, *Indeterminato* e *Falso*.

$A$	$B$	$A \supset B$	$A \rightarrow B$	$A \Rightarrow B$
V	V	V	V	V
V	I	I	F	I
V	F	F	F	F
I	V	V	V	I
I	I	V	V	I
I	F	I	V	I
F	V	V	V	I
F	I	V	V	I
F	F	V	V	I

Il caso che interessa, nell’esempio dell’effetto tunnel, è quello della terza riga (bordo evidenziato) che assegna ad  $A$  e  $B$  i valori  $V$  e  $I$ . L’asserzione  $A \rightarrow B$ , formulata usando l’implicazione alternativa, è falsa. Le altre due asserzioni, che usano l’implicazione standard e la quasi implicazione, hanno il valore  $I$ ; non sono dunque false. Si può usare l’implicazione standard per tradurre nella logica trivalente le asserzioni corrispondenti a leggi fisiche. In questo caso, il principio fisico che una particella può superare una barriera solo se la sua energia è maggiore di quella della barriera sarebbe espresso dalla formula  $S(p,t,b) \supset E(p,t) > b$ . Nel caso in cui  $S(p,t,b)$  sia vero ed  $E(p,t) > b$  indeterminato, la legge  $S(p,t,b) \supset E(p,t) > b$  non sarebbe falsa ma indeterminata. Quindi, l’interpretazione dell’effetto tunnel mediante una logica trivalente non porterebbe alla falsificazione della legge  $S(p,t,b) \supset E(p,t) > b$ . L’interpretazione mediante logica trivalente è compatibile con le leggi fisiche ed elimina le anomalie causali, attribuendo il valore *Indeterminato* agli enunciati che esprimono tali anomalie causali.

L’adozione di una logica trivalente consente un’interpretazione completa libera da anomalie causali? Mentre Reichenbach era in vita, la risposta sembrava positiva. Attribuendo il valore *Indeterminato* agli interferimenti

<sup>9</sup> Per ragioni tipografiche, i simboli differiscono da quelli impiegati da Reichenbach.



che generano anomalie causali, la logica trivalente consente di evitare la questione se un'anomalia causale sia vera o falsa. Nella logica classica, l'aspetto paradossale si manifesta perché se un enunciato  $A$  che esprime un'anomalia causale fosse falso, allora la meccanica quantica sarebbe falsa. Quindi, se la meccanica quantica fosse vera,  $A$  non potrebbe essere falsa; dunque,  $A$  dovrebbe essere vera. Adottando una logica trivalente, si sfugge alla necessità di dichiarare  $A$  vero, potendo attribuirgli il valore *Indeterminato*. Si evita così di dichiarare vero un enunciato che esprime un'anomalia causale.<sup>10</sup> L'esperimento suggerito da Bell evidenzia un'anomalia causale a livello dei fenomeni, non degli interfenomeni. Quindi, la tecnica suggerita da Reichenbach sembrerebbe non potersi applicare, perché gli enunciati sui fenomeni dovrebbero essere veri o falsi ma non indeterminati. Tuttavia, discutendo di un problema di misurazione collegato all'esperimento EPR, Reichenbach asserisce che enunciati esprimenti fenomeni possono assumere il valore *Indeterminato*. In particolare, Reichenbach presenta l'esempio di due enunciati  $A$  e  $B$ , non indeterminati, relativi a grandezze che non commutano. L'enunciato "se  $A$  allora  $B$ " sarebbe correttamente formalizzato tramite la quasi implicazione. In tal caso, l'enunciato "se  $A$  allora  $B$ " sarebbe indeterminato se  $A$  fosse falso. Nel linguaggio dei fenomeni, asserisce Reichenbach, vi possono essere enunciati indeterminati, composti di enunciati atomici che hanno valori di verità classici. Poiché l'uso del valore di verità *Indeterminato* non è limitato agli interfenomeni, ma può essere esteso a enunciati sui fenomeni, esiste la possibilità che la logica trivalente possa eliminare l'anomalia causale dell'esperimento EPR e di quello di Bell. È alla soluzione di questo problema che mi sto dedicando.

## 12. Bibliografia

- Bell, John Stewart, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge, Cambridge University Press, 1987 (tr. it. di Gabriele Lorenzini, *Dicibile e indicibile in meccanica quantistica*, Milano, Adelphi, 2010).
- Carnap, Rudolf, "The methodological character of theoretical concepts" in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. I, a cura di H. Feigl e M. Scriven, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1956, pp. 38-76.
- Carnap, Rudolf, "Beobachtungssprache und theoretische Sprache" in *Dialectica*, vol. 12, 1958, pp. 236-48.

---

<sup>10</sup> Resterebbe da stabilire se questa tecnica sia intellettualmente soddisfacente e tale da accontentare il senso comune. Le anomalie causali non sarebbero vere ma neanche false. Tecnicamente ciò evita di attribuire il valore *Vero* a un enunciato che asserisce un'anomalia causale. Tuttavia, il dichiararlo *Indeterminato* può sembrare solo un modo per aggirare il problema, senza affrontarlo.

- Carnap, Rudolf, *Analiticità, Significanza, Induzione*, a cura di Alberto Meotti e Marco Mondadori, Bologna, Il Mulino, 1971 (contiene, tra l'altro, la traduzione italiana dei due saggi sopra citati).
- Carnap, Rudolf, *Philosophical foundations of physics: an introduction to the philosophy of science*, edited by Martin Gardner, New York, Basics Books, 1966 (tr. it. di Corrado Mangione e Emanuele Vinossa de Regny, *I fondamenti filosofici della fisica: Introduzione alla filosofia della scienza*, a cura di M. Gardner, Milano, Il Saggiatore, 1971).
- Einstein Albert, Podolsky Boris e Rosen Nathan, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?" in *Physical Review* 47 (1935), pp. 777–80 (tr. it. in Einstein, Albert, *Opere scelte*, a cura di Enrico Bellone, Einaudi, Torino, 1988, pp. 374-82).
- Hempel, Carl Gustav, *Fundamentals of concept formation in empirical science*, Chicago, University of Chicago Press, 1952.
- Hempel, Carl Gustav, "The theoretician's dilemma" in *Minnesota studies in the philosophy of science*, vol. II, a cura di H. Feigl, M. Scriven e G. Maxwell, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1958, pp. 37-98.
- Hempel, Carl Gustav, *La formazione dei concetti e delle teorie nella scienza empirica*, a cura di Alberto Pasquinelli, Milano, Feltrinelli, 1976 (traduzione italiana dei due saggi sopra citati).
- Reichenbach, Hans, *Philosophic foundations of quantum mechanics*, Berkeley, University of California Press, 1944 (tr. it. di Alfonso Caracciolo, *I fondamenti filosofici della meccanica quantistica*, Torino, Einaudi, 1954).